

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS

UM MODELO PARA O PLANEJAMENTO  
CONJUNTO DE FINANCIAMENTOS E  
INVESTIMENTOS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA  
CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA.

CRISTIANO JOSÉ CASTRO DE ALMEIDA CUNHA

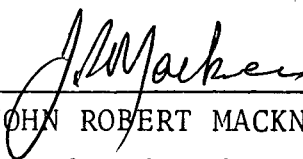
FLORIANÓPOLIS  
SANTA CATARINA - BRASIL  
DEZEMBRO DE 1981

UM MODELO PARA O PLANEJAMENTO CONJUNTO DE  
FINANCIAMENTOS E INVESTIMENTOS

CRISTIANO JOSÉ CASTRO DE ALMEIDA CUNHA

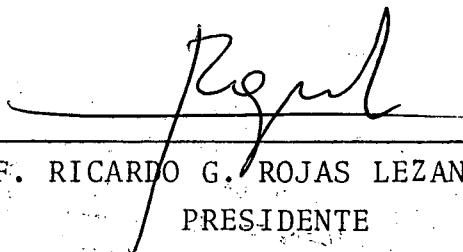
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
"MESTRE EM ENGENHARIA"

ESPECIALIDADE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E APROVADA EM SUA FORMA FINAL  
PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO.

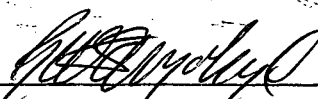


PROF. JOHN ROBERT MACKNESS, Ph.D.  
Coordenador do Curso

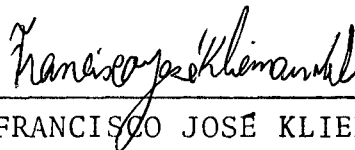
BANCA EXAMINADORA:



PROF. RICARDO G. ROJAS LEZANA, M.Sc.  
PRESIDENTE



PROF. ROBERT WAYNE SAMOBYL, Ph.D.



PROF. FRANCISCO JOSÉ KLIEMANN NETO, M.Sc.



UFSC-BU  
0.249.292-6

AOS MEUS PAIS

Geraldo e

Cristina

AOS MEUS IRMÃOS

Geraldo

Elias

Ricardo

Regina e

Conceição

## A G R A D E C I M E N T O S

Manifesto meus sinceros agradecimentos às seguintes pessoas:

- ao Prof<sup>o</sup> Ricardo G. R. Lezana, pela orientação no desenvolvimento do trabalho.

- aos colegas do Núcleo de Processamento de Da dos pela colaboração prestada.

- à Sr<sup>a</sup> Rita de Cássia Broering Nascimento e ao Sr. Luiz Henrique da Silva pelos trabalhos de datilografia.

- à CAPES pelo apoio financeiro.

- aos professores Francisco José Kliemann Neto e Roberto Wayne Samohyl pelo apoio e pelas proveitosas sugestões.

- à todas as pessoas, que direta e indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

"A máquina aritmética produz efeitos que se aproximam mais do pensamento do que tudo o que fazem os animais; mas não faz nada que possa levar-nos a dizer que tem vontade como os animais".

Blaise Pascal

## S U M Á R I O

	Pag.
LISTA DE FIGURAS .....	viii
LISTA DE QUADROS .....	ix
CAPÍTULO I	
1. PLANEJAMENTO FINANCEIRO .....	1
1.1. Introdução .....	1
1.2. Origem do Trabalho .....	3
1.3. Objetivos do Trabalho .....	5
1.4. Importância do Trabalho .....	5
1.5. Metodologia Utilizada .....	6
1.6. Estrutura do Trabalho .....	7
CAPÍTULO II	
2. A NATUREZA DO PROBLEMA CONJUNTO DE FINANCIAMENTOS E INVESTIMENTOS .....	9
2.1. Apresentação do Problema .....	9
2.2. O Problema Decisório .....	11
2.2.1. Decisões Conjuntas .....	11
2.2.2. Maximização do Lucro x Maximização da Riqueza ....	14
2.2.3. O Valor Presente Total .....	16
CAPÍTULO III	
3. CUSTO DO CAPITAL E ESTRUTURA ÓTIMA .....	17
3.1. O Problema .....	17
3.2. Alavancagem Financeira .....	20

	Pag.
3.3. Custos de Falência .....	33
3.4. O Valor da Firma .....	23
3.5. Capacidade de Débito .....	31
3.6. Estrutura Financeira .....	34
3.7. A Função Custo de Falência .....	36
3.8. Uma Abordagem Simplificada .....	42
CAPÍTULO IV	
4. MODELAGEM DO PROBLEMA .....	50
4.1. Introdução .....	50
4.2. Definições e Hipóteses .....	52
4.3. O Modelo Matemático .....	54
4.4. Linearização do Modelo .....	59
CAPÍTULO V	
5. EXEMPLO ILUSTRATIVO DE APLICAÇÃO DO MODELO .....	62
5.1. Determinação da Estrutura Ótima de Capital .....	62
5.2. Utilização do Modelo .....	64
CAPÍTULO VI	
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	72
APÊNDICE I - Fluxos de Caixa dos Projetos .....	77
APÊNDICE II - Valores Atualizados dos Investimentos .....	83
APÊNDICE III - Condições Iniciais da Empresa .....	86
APÊNDICE IV - Determinação das Covariâncias .....	89

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
FIGURA 1 - A Alavancagem e o Custo de Capital .....	4
FIGURA 2 - Ciclo de Levantamento e Aplicação de Fundos na Empresa .....	13
FIGURA 3 - Valor da Empresa em Função da Dívida .....	59



LISTA DE QUADROS

	Pag.
QUADRO 1 - Resultados da Aplicação do Modelo .....	68
QUADRO 2 - Fluxos de Caixa dos Projetos Disponíveis no Período 1 .....	78
QUADRO 3 - Fluxos de Caixa dos Projetos Disponíveis no Período 2 .....	79
QUADRO 4 - Fluxos de Caixa dos Projetos Disponíveis no Período 3 .....	80
QUADRO 5 - Fluxos de Caixa dos Projetos Disponíveis no Período 4 .....	81
QUADRO 6 - Fluxos de Caixa dos Projetos Disponíveis no Período 5 .....	82
QUADRO 7 - Valores Atualizados dos Investimentos Relativos ao Projetos Disponíveis no Período 1, Multipli- cados por $0,7121957 \cdot 10^{-2}$ .....	84
QUADRO 8 - Valores Atualizados dos Investimentos Relativos aos Projetos Disponíveis no Período 2, Multipli- cados por $0,7121957 \cdot 10^{-2}$ .....	84
QUADRO 9 - Valores Atualizados dos Investimentos Relativos aos Projetos Disponíveis no Período 3, Multipli- cados por $0,7121957 \cdot 10^{-2}$ .....	85
QUADRO 10 - Valores Atualizados dos Investimentos Relativos aos Projetos Disponíveis no Período 4, Multipli- cados por $0,7121957 \cdot 10^{-2}$ .....	85

QUADRO 11 - Valores Atualizados dos Investimentos Relativos aos Projetos Disponíveis no Período 5, Multipli cados por $0,7121957 \cdot 10^{-2}$ .....	85
QUADRO 12 - Condições Iniciais da Empresa .....	87
QUADRO 13 - Saldo Devedor das Debêntures .....	88

## R E S U M O

O problema do planejamento conjunto de financiamentos e investimentos vem a bastante tempo, sendo objeto de estudo dos pesquisadores ligados à Administração Financeira e a Engenharia Econômica.

Esse problema consiste, basicamente, em se responder a duas questões: (1) Onde investir durante um certo período de planejamento? e (2) Onde obter fundos que possibilitem a execução dos projetos escolhidos? As respostas a estas questões devem ser tais que, a adoção de um projeto hoje, não implique, futuramente, na rejeição de bons projetos ou no aumento desnecessário no custo do dinheiro.

O modelo proposto nesta dissertação, se destina a auxiliar o administrador responsável pelas decisões financeiras estratégicas citadas acima. Se assume, no modelo, que a política financeira da empresa tem como objetivo a otimização da sua estrutura ótima de capital.

## A B S T R A C T

The problem of the joint planning of loans and investments has troubled researchers in financial management and engineering economics, for some time.

This problem is solved when the following questions are answered: (1) Where to invest for a certain planning period? (2) Where to obtain funds for the selected investment projects? The answers must be such that the selection of a project today does not imply the rejection in the future of other good projects or an unnecessary increase in the cost of money.

The model proposed in this dissertation aims to help managers who are responsible for strategic financial decisions. In the model, the fundamental assumption is made that the financial policy of the company aims to optimise the use of capital.

# C A P Í T U L O    I

## 1. PLANEJAMENTO FINANCEIRO

### 1.1. Introdução

Na história da Administração Financeira como em todo processo dinâmico, tem ocorrido várias mudanças acerca do seu objetivo e função. Segundo Solomon<sup>1</sup> as definições das responsabilidades do administrador financeiro formam três grandes grupos:

1) Um deles que afirma que "as finanças se relacionam com o dinheiro e que, uma vez que quase todas as transações empresariais envolvem dinheiro, direta ou indiretamente, as finanças dizem respeito a quase todas as atividades da empresa".

2) O segundo afirma que "... a Administração Financeira trata da obtenção e administração dos recursos financeiros utilizados por uma empresa".

3) O terceiro afirma que "... a Administração Financeira é rever e controlar as decisões a fim de distribuir e redistribuir recursos financeiros para novos usos ou para usos antigos".

A tendência atual é se adotar a terceira definição que coloca o Administrador Financeiro numa situação bem mais destacada do que aquela tradicional na qual suas responsabilidades "restringiam-se, principalmente à manutenção de registros fi

---

<sup>1</sup> SOLOMON, Erza. Teoria da Administração Financeira. p. 14-15.

nanceiros acurados, elaboração de demonstrativos, administração da posição de caixa da firma e obtenção de meios de pagamentos de contas"<sup>2</sup>.

O administrador financeiro atual, além de realizar todas as funções citadas anteriormente, tem de ter condições de resolver os três seguintes problemas, que constituem os problemas básicos da administração financeira:

- 1) Determinar o tamanho e o ritmo de crescimento da empresa;
- 2) Aplicar os fundos aos vários usos de modo a realizar os objetivos<sup>3</sup> estabelecidos;
- 3) Determinar uma estrutura financeira ótima ou que mais se adeque aos objetivos da empresa<sup>4</sup>.

Segundo Fernandes<sup>5</sup> as três funções básicas da Administração Financeira citadas acima, estão intimamente relacionadas com o Planejamento Estratégico. Como a tendência da organização moderna é adotar a abordagem do Planejamento Estratégico, "é provável que algumas funções financeiras saiam da sua área de decisão para passar a fazer parte integrante do quadro de decisões pertinentes ao diretor de planejamento e/ou equipe de planejamento"<sup>6</sup>.

---

<sup>2</sup> HORNE, Ivan. Política e Administração Financeiras. p. 3.

<sup>3</sup> O termo "objetivo", aqui, significa aquilo que a empresa deseja atingir ou executar.

<sup>4</sup> Em alguns casos é interessante para a firma se afastar da estrutura financeira ótima.

<sup>5</sup> FERNANDES, Marcos A.C. Planejamento Estratégico, Uma Abordagem Financeira. p. 410.

<sup>6</sup> Ibid.

É com esta nova visão, ou seja, considerando a Administração Financeira uma parte integrante e fundamental da administração, que será desenvolvido, nas páginas seguintes, um modelo que ajuda o administrador a determinar políticas e estratégias ótimas para sua empresa.

## 1.2. Origem do Trabalho

O administrador financeiro, geralmente, tem de tomar decisões do tipo:

1. Onde investir durante um horizonte de planejamento ?
2. Onde obter recursos, durante este horizonte de planejamento, para levar a cabo os investimentos planejados ?

As respostas destas perguntas devem ser precisas e, de uma maneira geral, devem estar ao dispor do planejador o mais rápido possível, para que ele possa, em tempo, determinar políticas e estratégias para a empresa.

O processo decisório envolve um grande número de decisões e informações relativas aos projetos<sup>7</sup> de investimento e financiamento para aquele horizonte. Este grande volume de informações e decisões torna necessário o uso de modelos computacionais.

Os modelos até agora propostos - que serão discutidos no Capítulo II - têm considerado o custo total do capital, durante o horizonte de planejamento, como sendo o custo total médio ponderado do capital para o primeiro período, sem levar em conta a alavancagem financeira.

De acordo com o ponto de vista "tradicional",

---

<sup>7</sup> Neste trabalho, o termo "projeto" se refere tanto a projetos de investimento como de financiamento.

o custo do capital da dívida e o do capital próprio, são ambos funções não decrescentes da alavancagem. Além disto, o custo médio total ponderado do capital apresenta um mínimo quando o custo marginal do débito ( $k_m$ ) é igual ao custo médio ponderado do capital. Neste caso, o custo médio total ponderado do capital é dado por:

$$k_0 = \lambda k_d + (1 - \lambda)k_e \quad (1)$$

e

$$\lambda = \frac{D}{D + E} \quad (2)$$

onde:

- D - valor total de mercado do capital da dívida
- E - valor total de mercado do capital de participação
- $\lambda$  - alavancagem
- $k_0$  - custo total médio ponderado do capital
- $k_d$  - custo do capital da dívida
- $k_e$  - custo do capital de participação.

Graficamente temos:

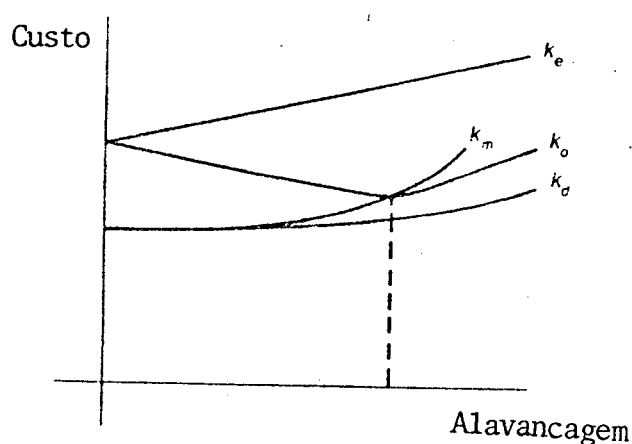


Figura 1 - A alavancagem e o custo de capital  
- Visão tradicional.



Este estudo adota o ponto de vista "tradicional" e considera o custo do capital da dívida e de participação como funções não decrescentes da alavancagem.

### 1.3. Objetivo do Trabalho

Em uma empresa um dos problemas mais difíceis do planejamento e andamento é o estabelecimento de novos projetos de investimento e a escolha de estratégias para levantar novos fundos.

Considerando as posições que foram tomadas anteriormente, nas páginas seguintes será estabelecido um modelo programável de seleção de projetos. Este modelo tem dois objetivos principais:

1. Especificar estratégias ótimas para projetos conjuntos de financiamento e investimento.
2. Apoiar a análise de projetos complexos que afetem a estrutura financeira e a adoção de oportunidades lucrativas futuras.

### 1.4. Importância do Trabalho

Para decidir acerca da estratégia que será adotada pela empresa, o planejador deverá examinar um grande número de projetos de investimento. Associadas a estes projetos temos um grande número de informações que tornam a análise bastante complexa. Além deste grande volume de informações, um outro agravante é o fato de que a escolha de um projeto inadequado hoje, poderá resultar na rejeição de um bom projeto amanhã.

Nestas condições, a não utilização de um modelo programável que determine estratégias ótimas, rapidamente e a baixo custo, fatalmente terá pelo menos três consequências imediatas:

1. Aumento do custo do planejamento
2. Demora nas tomadas de decisão
3. Aumento da probabilidade de estar se adotando a estratégia errada.

Em virtude disto, poderá haver um descrédito do setor de planejamento causando problemas internos. E, como maior problema, poderá haver uma ameaça aos próprios objetivos da empresa.

#### 1.5. Metodologia Utilizada

Para o desenvolvimento do estudo, será adotada a metodologia descrita abaixo. Estes procedimentos têm por base o sistema de Administração do Planejamento proposto por Randolph<sup>8</sup>:

1. Definição do problema do planejamento conjunto de financiamento e investimento;
2. Estudo dos vários modelos existentes;
3. Estabelecimento de modelos alternativos levando em consideração o custo do capital como uma função crescente do endividamento;

---

<sup>8</sup> RANDOLPH, Robert M. A Administração do Planejamento: Como tornar realidade uma idéia. 233 p.

4. Análise e julgamento dos modelos alternativos;
5. Adoção de um dos modelos alternativos;
6. Desenvolvimento matemático do modelo adotado;
7. Interpretação econômico-financeira das variáveis envolvidas no modelo;
8. Comparação das conclusões tiradas na fase 7 com o sistema real;
9. Verificar se são necessárias modificações no modelo;
10. Realização das possíveis modificações estabelecidas na fase 9;
11. Reinterpretação econômico-financeira do modelo;
12. Aplicação do modelo.

#### 1.6. Estrutura do Trabalho

O Capítulo I é dedicado a justificar e mostrar como foi realizado o trabalho.

No Capítulo II, é discutido o problema do planejamento conjunto de financiamentos e investimentos, com o objetivo de apresentar os detalhes associados ao processo decisório.

O problema da determinação da estrutura ótima de capital é tratado no Capítulo III. Basicamente, se discute a aplicação do CAPM ("Capital Asset Pricing Model") e propõe-se uma função custo de falência que torna o modelo mais operacional.

No Capítulo V, aplica-se o modelo de programa

ção mista desenvolvido no Capítulo IV. O resultado da aplicação é o conjunto de projetos de financiamento e investimento, que a empresa deve adotar, em um certo horizonte de planejamento de modo a maximizar o seu valor de mercado.

Finalmente, no Capítulo VI, são feitas algumas recomendações e tiradas conclusões acerca do trabalho.

## 2. A NATUREZA DO PROBLEMA CONJUNTO DE INVESTIMENTO E FINANCIAMENTO.

### 2.1. Apresentação do Problema

No ambiente dinâmico e competitivo, o desejo de sobreviver que está implícito na própria natureza de uma empresa, gera a necessidade de relatar programas alternativos de investimentos e a determinação das fontes dos recursos necessários para se atingir os objetivos colimados. As pressões competitivas estão estritamente relacionadas com o desejo de sobreviver e é claro que uma condição para sobreviver é obter lucro. Como a empresa está inserida dentro de um contexto mais geral (que provoca as pressões), o uso interno de fundos tem de ser comparado com os usos alternativos à disposição no sistema econômico.

É bastante comum, ainda hoje, se tratar separadamente o problema da seleção de investimentos do problema da seleção de fontes de financiamento. Porém, só a escolha conjunta de projetos de investimento e financiamento possibilita a determinação de estratégias ótimas.

Ao se tratar do planejamento conjunto de investimento e financiamento surgem algumas questões que constituem o ponto nevrálgico do problema. Elas são formuladas a seguir:

1. Que padrões financeiros deve a firma empregar na avalia-

ção de possíveis investimentos ? Quando na firma o endividamento é estabelecido como sendo desnecessariamente baixo, pode a firma usar um critério diferente que seria apropriado para o caso em que este índice tivesse atingido o valor mais alto aceitável ? Deveria o gerente na situação anterior aceitar projetos marginais, que em último caso seriam rejeitados ?

2. Como devem os gerentes especificar um plano de financiamento ótimo, período por período, dada a situação inicial e as oportunidades encontradas pela empresa ?
3. Como deve ser a análise para considerar oportunidades complexas que podem consistir tanto de possibilidades de investimento como de considerações de financiamento: p.ex. aquisições ?
4. Qual é o programa de investimento, o programa de financiamento e a política de dividendos a serem adotadas ?
5. Quais os problemas que poderão advir de mudanças no custo do capital ?

Diversos modelos descritos na literatura recente citam o problema da escolha simultânea de investimentos e financiamentos. Audibert et alli<sup>9</sup> considera oportunidades de investimento em detalhes e leva em consideração fontes de financiamento não lucrativos, mas a emissão de lucros não é tratada satisfatoriamente. Carleton<sup>10</sup> inclui uma variação de opção para finan

<sup>9</sup> AUDIBERT, J.M. et alli. CAPRI: Un Modèle de Calcul de Programmes d'Investiment.

<sup>10</sup> CARLETON, W.T. An Analytical Model for Long-Range Financial Planning.

ciamento lucrativo enquanto usa uma escala agregada para descrever oportunidades de investimento. Esse modelo se apoia na forte suposição sobre o modo pelo qual o mercado valoriza a firma. Há uma atração óbvia em se adotar uma abordagem que primeiro estabeleça as relações pelas quais é determinada a valorização de mercado e que usa as funções na seleção de um conjunto ótimo de atividades. Entretanto, não leva em conta o problema da estrutura ótima de capital. Chambers<sup>11</sup>, baseado em modelos apresentados por Weingartner, estende os métodos de avaliação de investimento para trabalhar com grupos de projetos, políticas alternativas de dividendos e empréstimos. Além disto, ele introduz a opção de emitir novas ações para que o modelo possa ser usado para determinação da política ótima de financiamento. Porém, também, não considera o problema da estrutura ótima de capital da empresa.

A formulação do modelo aqui estudado será baseada nos modelos apresentados por Weingartner<sup>12,13</sup>, onde serão considerados, além dos problemas tratados por Chambers, o problema da estrutura ótima de capital.

## 2.2. O Problema Decisório

### 2.2.1. Decisões Conjuntas

No item anterior foi mostrado de maneira bre-

---

<sup>11</sup> CHAMBERS, David. The Joint Problem of Investment and Financing. p. 267-295.

<sup>12</sup> WEINGARTNER, H.M. Capital Budgeting of Interrelated Projects: Survey and Synthesis. p. 485-516.

<sup>13</sup> WEINGARTNER, H.M. Criteria for Programming Investment Project Selection. p. 65-76.

ve em que consiste o planejamento conjunto de financiamento e investimento. Neste item, serão discutidas pormenorizadamente as decisões envolvidas no processo.

Existem pelo menos três razões para se discutir estas decisões. Primeiro, não há evidências que permitam separar projetos de investimentos promissores e inúteis, e portanto, verificando as decisões que deverão ser tomadas, pode-se criar regras que possibilitem uma escolha satisfatória. Segundo, há projetos de investimentos que não são examinados com cuidado e que mais tarde são considerados vantajosos, muitas vezes devido ao aparecimento de novas fontes de financiamento. Terceiro, uma má decisão na hora de captar recursos, poderá levar a empresa a, mais tarde, rejeitar projetos de investimento que em outras condições seriam aceitos com vantagens.

De acordo com Teichroew et alli<sup>14</sup>, "a empresa pode ser considerada como uma entidade representada pelo retângulo central na figura 2, que adquire capital de uma fonte de recursos (fase 1), investe-o (fase 2), recebe o retorno do investimento (fase 3) e então faz os recursos retornarem para a fonte (fase 4)". Esse processo é dinâmico e, geralmente as quatro fases ocorrem simultaneamente. A partir da análise dessas fases, é fácil constatar que elas não são independentes, ou seja, a má escolha de um investimento de baixo retorno poderá diminuir os recursos que voltam para a fonte, podendo provocar uma diminuição nos investimentos ou aumento na procura de recursos. Com isto fica claro que qualquer falha em uma das fases, poderá provocar alterações em to

---

<sup>14</sup> TEICHROEW, D. et alli. An Analysis of Criteria for Investment and Financing Decisions. p. 151.



do o ciclo.

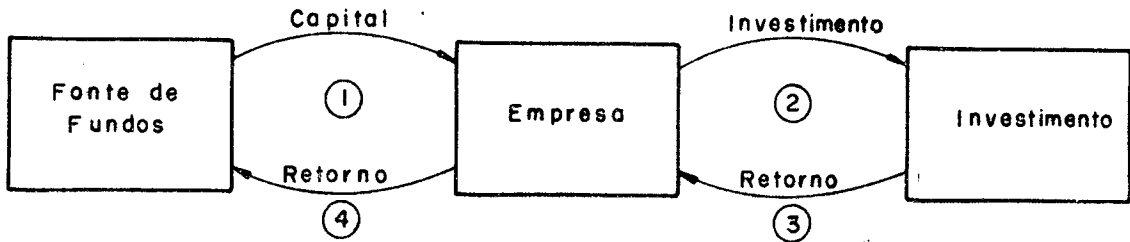


Fig. 2 - Ciclo de Levantamento e Aplicação de Fundos na Empresa.

As decisões envolvidas na administração deste ciclo podem ser sintetizadas nas seguintes questões:

1. Quais os objetivos da empresa ?
2. A regra para seleção de investimentos opera de modo razoável ?
3. Os projetos de investimento selecionados dão bons resultados, ou existe algum problema indesejável ?
4. Existem dificuldades na captação de recursos ? A política de captação de recursos tem levado à rejeição de projetos de investimento que por alguma razão poderiam ser considerados bons ?
5. Existem razões para se afirmar que o plano de financiamento e investimento adotado fará com que a empresa atinja os seus objetivos ?

Como pode-se notar acima, as decisões envolvidas na administração financeira da empresa são bastante complexas e, portanto, são necessárias ferramentas para ajudar o decisor.

### 2.2.2. Maximização do Lucro x Maximização da Riqueza

Quando um administrador está elaborando um plano de investimento e financiamento para uma empresa, tem de decidir a priori qual o seu objetivo: maximizar os lucros ou maximizar a riqueza? Independente de quais sejam seus objetivos, uma coisa é certa, eles devem coincidir com os dos acionistas.

Teoricamente, a empresa pode ter como principal objetivo a maximização do lucro. Porém, este critério tem quatro falhas básicas:

1) O primeiro problema é que este critério, não estabelece o tempo no qual serão obtidos os lucros. Portanto, não podemos com base nele, decidir entre dois projetos que oferecem benefícios diferentes em relação aos prazos. O que é melhor, um projeto que irá produzir um lucro de Cr\$ 1.000.000,00 no fim dos próximos dez anos ou um outro que irá produzir um lucro anual de Cr\$ 90.000,00 por ano, nos próximos dez anos?

2) Geralmente pode ser considerado como um objetivo a curto prazo, pois a obtenção de maiores lucros, frequentemente, é obtida a partir de medidas imediatistas que visam diminuir os custos e aumentar as receitas, tais como, utilização de matérias-primas inferiores, má remuneração da mão-de-obra e utilização de maquinário de baixa qualidade. Pode haver, em função desas medidas, uma queda nos lucros se se considera que:

- a. os compradores perceberão a má qualidade do produto,
- b. os baixos salários irão diminuir a produtividade, baixando a produção,

c. os custos de manutenção irão crescer rapidamente em função da má qualidade das máquinas.

Portanto, pode-se ter uma diminuição no faturamento e/ou um aumento nos custos, provocando, conseqüentemente, uma diminuição nos lucros.

3) O objetivo da maximização dos lucros ignora o risco e a incerteza associados ao fluxo de lucros. Como o mundo dos negócios é cercado de incertezas, uns investimentos apresentam maior probabilidade de falharem do que outros. Além disto, as empresas onde a relação do capital de terceiros para o capital próprio é maior, apresentam um maior risco financeiro. Se duas empresas têm o mesmo fluxo de lucros e uma apresenta maior risco do que a outra, é quase certo que as ações da que apresenta maior risco terão menor valor de mercado.

4) A última objeção ao objetivo de maximização dos lucros é que ela não leva em consideração a política de dividendos. Pois, se a firma está disposta a maximizar os lucros, deixará de distribuir dividendos para aplicar todos os lucros na aquisição de ativos rentáveis que promoverão um aumento nos lucros futuros. Esta não distribuição de dividendos poderá baixar o preço de mercado da ação, diminuindo o valor de mercado da empresa.

A maximização da riqueza é um objetivo mais condizente com as diretrizes que regem o mercado de ações e mais voltada para o acionista comum. Um dos pontos fortes deste critério é que a longo prazo, ele procura aumentar o valor atual dos investimentos dos acionistas e realizar projetos que assegurem um

aumento no valor de mercado das ações da empresa.

Podemos definir a riqueza ou o valor líquido atual como o valor capitalizado, a uma certa taxa de mínima atratividade, do fluxo de caixa líquido relativo ao projeto. Como pondera muito bem Erza Solomon<sup>15</sup>: "Qualquer ação financeira que crie riqueza ou que tenha valor líquido atual acima de zero é desejável, devendo ser intentada. Qualquer ação financeira que não passe nesse teste deve ser rejeitada. Se dois ou mais cursos forem mutuamente exclusivos (i.e., somente um deles pode ser intentado), então, se deve levar a cabo, aquele curso de ação que crie mais riqueza ou que prometa os maiores valores líquidos atuais. Em resumo, o objetivo operacional da Administração Financeira é a maximização da riqueza ou do valor líquido atual".

### 2.2.3. O Valor Presente Total

No item anterior ficou estabelecido que, neste trabalho, o objetivo do administrador é maximizar o valor presente total da empresa. Esse valor presente total pode ser definido como sendo a soma dos valores presentes de todos os projetos assumidos pela empresa.

Os projetos são representados por meio de fluxos de caixa, ou seja, as entradas e saídas de fundos no tempo. O valor presente do projeto será determinado capitalizando o fluxo de caixa para o presente a uma taxa  $r$ . Esta taxa, é a taxa de mínima atratividade da empresa.

---

<sup>15</sup> SOLOMON, Erza. Op. cit. Nota 1. p. 38

### 3. CUSTO DO CAPITAL E ESTRUTURA ÓTIMA

#### 3.1. O Problema

Um dos problemas da administração financeira que tem merecido especial atenção dos pesquisadores ligados aos mercados financeiro e de capitais é o efeito da estrutura financeira no valor da empresa.

Segundo o ponto de vista tradicional, o efeito da alavancagem financeira é extremamente importante no sentido de se procurar estabelecer a melhor combinação entre o capital da dívida e o capital próprio. A estrutura ótima de capital é aquela que minimiza o custo total do capital da empresa ou seja, é aquela combinação entre o capital da dívida e o capital próprio que maximiza o valor de mercado da firma. Alguns teóricos desse grupo sugerem que a alavancagem deve ser aumentada até que o custo marginal do débito seja igual ao custo médio ponderado do capital da empresa, pois nesse ponto o valor de mercado da empresa será máximo como mostrado na figura 1. Essa abordagem torna-se insuficiente na medida em que procura determinar o valor das ações sem considerar variáveis macroeconômicas tais como taxa de retorno do portfólio do mercado e a taxa de retorno de uma ação livre de risco.

Já em 1958 Modigliani e Miller<sup>16</sup>, baseados na proposição de que duas empresas com ativos que proporcionam lucros operacionais líquidos iguais têm o mesmo valor de mercado, provaram que o valor da firma na ausência de impostos independe da estrutura de capital. Em outro artigo (1963) Modigliani e Miller<sup>17</sup> provaram que um aumento no capital da dívida, aumenta o valor da firma quando é considerado um mercado competitivo com impostos para a empresa e seus custos de falência. Esta colocação implica em que as empresas deveriam, praticamente, abolir o capital próprio e passar a trabalhar unicamente com o capital da dívida. Na prática, porém, isto não acontece. No Brasil, em 1976, um estudo dos balanços apresentados por 17 empresas de médio e grande porte mostrou que a razão Exigível/Patrimônio Global variava de 24% (Lojas-Departamento e Roupas) a 67% (Indústria Alimentícia - Óleos Vegetais). Além disto, a maioria das empresas agrupadas apresentaram grau de endividamento entre 50% e 55%<sup>18</sup>.

Tendo em vista esta discrepância, alguns autores (Robichek e Myers<sup>19</sup>, e Hirschleifer<sup>20</sup>) notaram que os custos de falência proviam os subsídios racionais para uma estrutura de ca-

---

<sup>16</sup> MODIGLIANI, F.F. and MILLER, M.H. The Cost of Capital, Corporation Finance and Theory of Investment.

<sup>17</sup> MODIGLIANI, F.F. and MILLER, M.H. Corporate Income Taxes and The Cost of Capital: A Correction.

<sup>18</sup> RODRIGUES, J.A. Endividamento e Alavancagem. p.282.

<sup>19</sup> ROBICHEK, A. and MYERS, S. Problems in The Theory of Optimal Capital Structure. pg. 1-35.

<sup>20</sup> HIRSCHLEIFER, J. Investment, Interest and Capital. p.264.

pital ótima e portanto, conseguiam conciliar a tese de Modigliani e Miller com o comportamento real das empresas. Foi Miller<sup>21</sup> que demonstrou com muita propriedade a grande importância dos custos de falência, quando utilizou estes custos para explicar a racionalização do crédito a partir do alto interesse dos credores pela falência. Mais recentemente, Kraus e Litzenberger<sup>22</sup>, Scott<sup>23</sup>, Kim<sup>24</sup> e outros, introduziram formalmente os custos de falência em seus modelos.

Em seu artigo, Kim analisa a estrutura ótima de capital e a capacidade de débito da empresa quando está esta sujeita aos custos estocásticos de falência e ao imposto de renda, considerando as condições estabelecidas no Modelo de Preço de Bens de Capital (Capital Asset Pricing Model - CAPM). O CAPM é um modelo estudado por Sharpe<sup>25</sup>, Lintner<sup>26</sup>, Mossin<sup>27</sup> e outros que especifica uma relação de equilíbrio entre a taxa esperada de retorno de uma ação num período e o seu risco sistemático medido por um coeficiente beta. Conforme pondera Kim<sup>28</sup>, o CAPM é mais adequado ao desenvolvimento e aperfeiçoamento do que a abordagem estado-prefe-

---

<sup>21</sup>MILLER, M.H. Credit Risk and Credit Rationing: Further Comment.

<sup>22</sup>KRAUS, A. and LITZENBERGER, R. A State-Preference Model of Optimal Financial Leverage. p.911-922.

<sup>23</sup>SCOTT, J. A Theory of Optimal Capital Structure. p.33-54.

<sup>24</sup>KIM, E.H. A Mean - Variance Theory of Optimal Capital Structure and Corporate Debt Capacity. p.45-63.

<sup>25</sup>SHARPE, W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. p.37-48.

<sup>26</sup>LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and The Selection of Risk Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets.

<sup>27</sup>MOSSIN, I. Equilibrium in a Capital Asset Market.

<sup>28</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24. p.51.

rência de Kraus e Litzenberger por ser mais simples e é mais realístico que a abordagem de indiferença ao risco apresentada por Scott, porque incorpora a aversão ao risco.

Embora discuta os custos de falência nos seus aspectos mais gerais, não houve por parte de Kim uma preocupação em determinar uma função de custos de falência que torne o modelo mais operacional. Isto será feito nas páginas seguintes.

### 3.2. Alavancagem Financeira

Ao discutir a estrutura financeira é muito importante conceituar alavancagem financeira. Esta técnica consiste na adoção de encargos financeiros fixos, a um custo conveniente, para constituírem fundos destinados a ativos e projetos da empresa, com a finalidade de aumentar os efeitos do lucro antes dos juros e do imposto de renda sobre o lucro por ação.

Caso a empresa consiga levantar fundos a custos financeiros menores do que a taxa de rentabilidade dos ativos (inclusive os ativos adquiridos com estes fundos), fatalmente irá aumentar os efeitos do lucro antes dos juros e do imposto de renda sobre o lucro por ação ou seja, irá aumentar a rentabilidade do patrimônio líquido (supondo que o lucro antes dos juros e do imposto de renda permaneça constante). Portanto, é de se esperar que quanto maior for o percentual da dívida nestas condições, nas fontes de recursos, maior será a taxa de rentabilidade do patrimônio líquido. É óbvio também, que quanto menor o custo do capital da dívida, tanto maior os efeitos da alavancagem positiva, isto é, tanto maior o lucro por ação. Logo, pode-se concluir inicialmente que, quando



a rentabilidade dos ativos for maior que o custo do capital adicional, quanto maior for o endividamento e quanto menor for o custo do novo capital, maior será a rentabilidade do patrimônio líquido.

A alavancagem financeira existe em toda empresa que tem encargos financeiros fixos. A sua existência acarreta que mudanças no lucro antes dos juros e do imposto de renda, resultam em mudanças mais do que proporcionais no lucro por ação. A alavancagem financeira é dita positiva quando a rentabilidade dos ativos adquiridos pelos fundos adicionais for superior aos seus custos e é dita negativa em caso contrário.

O exposto anteriormente pode levar a crer que a empresa deve trabalhar com um endividamento de 100% sempre que o financiamento tiver um custo inferior à rentabilidade marginal do capital investido. Porém isto, geralmente, não ocorre, pois existem as seguintes limitações:

- 1) Sempre que o "risco financeiro" das empresas aumenta (maior alavancagem financeira), os emprestadores de dinheiro passam a exigir um retorno maior para seus empréstimos, aumentando para as empresas o custo explícito dos empréstimos obtidos;
- 2) Para as empresas com ações no mercado, um aumento do "risco financeiro" pode provocar uma queda no quociente "preço/lucro por ação" neutralizando, pelo menos em parte, as vantagens dos "lucros por ação" obtidos com os empréstimos de longo prazo.

### 3.3. Custos de Falência

A falência de uma empresa ocorre quando as obrigações fixas para com os credores não podem ser saldadas. Neste caso, geralmente, há uma transferência de administração, uma reorganização formal da estrutura de capital da firma e muitas vezes liquidação de ativos. Qualquer uma dessas conseqüências da falência vai gerar um custo. Neste trabalho serão considerados dois tipos de custos de falência:

1. Custos de liquidação.

2. Custos administrativos.

Quando uma firma abre falência, podem acontecer duas coisas, ou uma reorganização ou uma liquidação. Se ocorre uma reorganização, os custos são relativos a "redução em vendas futuras devido às dúvidas dos compradores a respeito da confiabilidade da firma falida como fornecedora, a dificuldade na obtenção de crédito comercial; custos de produção mais altos devido aos deslocamentos dentro da empresa e renegociação de contratos com empregados; e o tempo perdido pelos executivos no processo de reorganização". Estes custos, embora sejam importantes, geralmente são muito difíceis de medir.

A liquidação consiste na venda dos ativos de maneira desagregada. Ela ocorre quando o valor de mercado dos ativos desagregados é maior do que o seu valor agregado, como numa organização. A liquidação é uma decisão financeira e, para que ocorra, não é necessário que haja uma falência. Porém, muitas vezes, o pedido de falência é seguido da liquidação dos ativos abaixo dos seus valores econômicos. O montante desta perda vai depender de u-

ma série de fatores tais como, situação do setor no momento da liquidação, localização da empresa, ramo da indústria ao qual pertence a empresa, etc.

Os custos administrativos envolvem as despesas com síndico, despesas jurídicas, etc. Segundo Kim<sup>29</sup>, nos Estados Unidos, no ano fiscal de 1969 estas despesas constituíram 23,4% do valor total da falência. Estes custos serão discutidos em maiores detalhes na seção 3.7.

### 3.4. O Valor da Firma

Como ponto de partida, será considerado que a firma já selecionou seus investimentos mas ainda não decidiu como financiá-los. A aquisição dos ativos que constituem os projetos, requer um investimento de  $I$  cruzeiros e estes projetos devem ter um valor final estocástico de  $\tilde{X}$  cruzeiros após o pagamento dos fatores de produção não capital. Como deve ser considerado apenas o efeito da alavancagem sobre a valorização da firma (não serão considerados, aqui, outros elementos tais como, política de dividendos e depreciação), supõe-se que ela será dissolvida no fim do primeiro período. Os ganhos de operação da firma ( $\tilde{X}-I$ ), e os ganhos residuais após a dedução de pagamentos de juros estão sujeitos a um imposto de renda  $T$ .

Se a firma não está alavancada, isto é, todo o investimento é feito com capital próprio, o valor de mercado da firma será:

$$V_p = A_p \quad (3)$$

---

<sup>29</sup> KIM, E.H. Op. Cit. nota 24. p.48.

onde  $A_p$  é o valor de mercado das ações da firma não alavancada. Como não há débito, a parcela tributável no final do período será  $\tilde{X} - I$  e o resultado líquido após o imposto de renda será  $\tilde{X} - T(\tilde{X} - I)$ . Quando  $\tilde{X} < I$ ,  $T = 0$ . Logo, um mais a taxa de retorno de um cruzeiro investido será:

$$\tilde{R}_p = \frac{\tilde{X} - T(\tilde{X} - I)}{A_p} = \frac{(1 - T)\tilde{X} + IT}{A_p} \quad (4)$$

Caso a firma resolva contrair uma dívida de  $D$  cruzeiros para financiar uma parcela ou todo investimento, seu valor de mercado será:

$$V_A = A_A + D \quad (5)$$

onde  $A_A$  é o valor das ações da firma alavancada.

A taxa de juros prometida do débito será  $\hat{k}_D - 1$  e depende basicamente do valor de  $D$ .

Quando a firma está alavancada e não vai a falência, a parcela tributável no final do período é  $\tilde{X} - I - (\hat{k}_D - 1)D$  e um mais a taxa de retorno de um cruzeiro investido em ações da firma é:

$$\frac{\tilde{X} - T [\tilde{X} - I - (\hat{k}_D - 1)D] - \hat{k}_D D}{A_A} = \frac{(1 - T)(\tilde{X} - \hat{k}_D D) + T(I - D)}{A_A} \quad (6)$$

onde:

$T [\tilde{X} - I - (\hat{k}_D - 1)D]$  - parcela referente ao pagamento do imposto de renda.

$\hat{k}_D D$  - amortização e juros relativos ao débito.

Como foi visto anteriormente, a falência vai ocorrer sempre que o valor final dos projetos for estritamente menor do que o valor da amortização e juros referentes ao débito total ou seja,  $\tilde{X} < \hat{k}_D D$ . Se os gastos relativos à falência excederem  $\tilde{X}$ , serão assumidos pelos credores. Levando em consideração a possibilidade de ocorrer falência,

$$\tilde{R}_A = \begin{cases} \frac{(1 - T)(\tilde{X} - \hat{k}_D D) + T(I - D)}{A_A} & \text{se } \tilde{X} \geq \hat{k}_D D \\ 0 & \text{se } \tilde{X} < \hat{k}_D D \end{cases} \quad (7)$$

e

$$\tilde{k}_D = \begin{cases} \hat{k}_D & \text{se } \tilde{X} \geq \hat{k}_D D \\ \frac{\tilde{X} - \tilde{F}}{D} & \text{se } \tilde{X} < \hat{k}_D D \end{cases} \quad (8)$$

onde:

$\tilde{R}_A$  - é uma função da variável aleatória  $\tilde{X}$  que significa um mais a taxa de retorno de um cruzeiro investido em ações de uma firma alavancada.

$\tilde{k}_D$  - é um mais a taxa de retorno de um cruzeiro do débito.

$\tilde{F}$  - é uma variável aleatória que engloba os custos de falência relativos a perdas na liquidação dos ativos e despesas administrativas.

A variável  $\tilde{F}$  será discutida em maiores detalhes na seção 3.7. Por enquanto é bastante saber que:

$$\tilde{F} = \begin{cases} 0 & \text{se } \tilde{X} \geq \hat{k}_D D \\ F(\tilde{X}) & \text{se } \tilde{X} < \hat{k}_D D \end{cases} \quad (9)$$

onde:  $F(\tilde{X})$  é uma função de  $\tilde{X}$ .

Para a valorização da empresa serão consideradas as condições estabelecidas no CAPM (Capital Asset Pricing Model) isto é, o valor esperado de um mais a taxa de retorno de uma ação  $i$ , com risco, é dada por:

$$E(\tilde{R}_i) = R_F + \lambda \text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m) \quad (10)$$

onde:

$R_F$  - é um mais a taxa de retorno de uma ação sem risco, para o período

$\tilde{R}_m$  - é um mais a taxa de retorno de um portfólio constituído por todas as ações, com risco, disponíveis no mercado. Tem um valor esperado  $E(\tilde{R}_m)$  e uma variância  $\sigma_m^2$

$\lambda$  - preço do risco no mercado

$$\lambda = \frac{E(\tilde{R}_m) - R_F}{\sigma_m^2} \quad (11)$$

$\text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m)$  - é a covariância entre  $\tilde{R}_i$  e  $\tilde{R}_m$ . Significa a quantidade de risco associado à ação  $i$ .

Considera-se o mercado em equilíbrio e, para que tal ocorra deve-se fazer duas suposições:

1) Todos os investidores podem aplicar e tomar emprestado a uma taxa de juros correspondente a um título sem risco.

2) Todos os investidores concordam quanto as expectativas dos vários investimentos ou seja, todos têm as mesmas informações e as analisam da mesma maneira.

De acordo com Kim<sup>30</sup>, pode-se definir um operador de falência como sendo:

$$\tilde{f} = \begin{cases} 0 & \text{se } \tilde{X} \geq \hat{k}_D D \\ 1 & \text{se } \tilde{X} < \hat{k}_D D \end{cases} \quad (12)$$

Este operador vai assumir o valor zero quando não houver falência e o valor um quando houver falência. Ele permite que seja levado em consideração, no modelo, o risco de falência.

Combinando (7), (8), (9) e (12), pode-se reescrever (7) como sendo:

$$\tilde{R}_A = \frac{(1 - T)(\tilde{X} - \tilde{k}_D D) + T(I - D)(1 - \tilde{f}) - (1 - T)\tilde{F}}{A_A} \quad (13)$$

---

<sup>30</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24. p.50.

Substituindo (4) em ambos os lados de (10) temos:

$$E \left[ \frac{(1 - T) \tilde{X} + IT}{A_p} \right] = R_F + \lambda \text{cov} \left[ \frac{(1 - T) \tilde{X} + IT}{A_p}, \tilde{R}_m \right] \quad (14)$$

Como  $\text{cov}(a + bx, y) = b \cdot \text{cov}(x, y)$  vem:

$$\frac{IT}{A_p} + \frac{(1 - T)}{A_p} E(\tilde{X}) = R_F + \lambda \frac{(1 - T)}{A_p} \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) \quad (15)$$

Logo:

$$(1 - T) E(\tilde{X}) = A_p R_F - IT + (1 - T) \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) \quad (16)$$

Substituindo (13) em ambos os lados de (10), tem-se:

$$\begin{aligned} E \left[ \frac{(1 - T)(\tilde{X} - \tilde{k}_D D) + T(I - D)(1 - \tilde{f}) - (1 - T) \tilde{F}}{A_A} \right] &= \\ &= R_F + \lambda \text{cov} \left[ \frac{(1 - T)(\tilde{X} - \tilde{k}_D D) + T(I - D)(1 - \tilde{f}) - (1 - T) \tilde{F}}{A_A}, \tilde{R}_m \right] \end{aligned} \quad (17)$$

Desenvolvendo ambos os lados da igualdade acima vem:



$$\begin{aligned}
& \frac{1}{A_A} \left[ (1 - T)E(\tilde{X}) - (1 - T) D E(\tilde{k}_D) + T(I - D) - T(I - D) E(\tilde{f}) - (1 - T) E(\tilde{F}) \right] = \\
& = R_F + \lambda \left[ \frac{(1 - T)}{A_A} \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) - \frac{(1 - T)D}{A_A} \text{cov}(\tilde{k}_D, \tilde{R}_m) - \frac{T(1 - D)}{A_A} \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{(1 - T)}{A_A} \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m) \right] \quad (18)
\end{aligned}$$

ou:

$$\begin{aligned}
(1 - T) E(\tilde{X}) &= R_F A_A - T(I - D) + \lambda(1 - T) \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) + \\
&+ D(1 - T) \left[ E(\tilde{k}_D) - \lambda \text{cov}(\tilde{k}_D, \tilde{R}_m) \right] + T(I - D) \left[ E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) \right] + \\
&+ (1 - T) \left[ E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m) \right] \quad (19)
\end{aligned}$$

Como está se supondo que o mercado está em equilíbrio e que a valorização da ação se dá de acordo com o CAPM, o valor esperado de um mais a taxa de juro do débito com risco será dado por:

$$E(\tilde{k}_D) = R_F + \lambda \text{cov}(\tilde{k}_D, \tilde{R}_m) \quad (20)$$

É claro que o valor esperado de  $\tilde{k}_D$  deve ser maior do que  $R_F$  pois, se tal não ocorresse, seria preferível aplicar nas ações sem risco disponíveis no mercado, ao invés de emprestar o dinheiro. Levando (20) em (19) tem-se:

$$\begin{aligned}
(1 - T) E(\tilde{X}) &= R_F A_A - T(I - D) + \lambda(1 - T) \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) + D(1 - T) R_F + \\
&+ T(I - D) [E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)] + (1 - T) [E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)]
\end{aligned} \quad (21)$$

ou:

$$\begin{aligned}
(1 - T) E(\tilde{X}) &= [A_A + D(1 - T)] R_F - T(I - D) + \lambda(1 - T) \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) + \\
&+ T(I - D) [E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)] + (1 - T) [E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)]
\end{aligned} \quad (22)$$

Igualando o segundo membro da igualdade (22) ao segundo membro da igualdade (16) tem-se:

$$\begin{aligned}
A_p R_F - IT + (1 - T) \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) &= [A_A + D(1 - T)] R_F - T(I - D) + \\
&+ \lambda(1 - T) \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) + T(I - D) [E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)] + \\
&+ (1 - T) [E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)]
\end{aligned} \quad (23)$$

ou:

$$\begin{aligned}
A_p R_F - IT &= R_F A_A + R_F D - TDR_F - TI + TD + \\
&+ T(I - D) [E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)] + (1 - T) [E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)]
\end{aligned} \quad (24)$$

Rearranjando obtêm-se:

$$\begin{aligned}
(A_A + D) &= A_p + \frac{TD(1 - R_F)}{R_F} - T(I - D) \frac{[E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)]}{R_F} - \\
&- (1 - T) \frac{[E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)]}{R_F}
\end{aligned} \quad (25)$$

Conforme foi visto anteriormente,  $V_A = A_A + D$

e  $V_p = A_p$ .

Fazendo-se:

$$V(\tilde{f}) = \frac{E(\tilde{f}) - \lambda \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)}{R_F} - \text{é o valor presente, com risco, de um cruzeiro associado à ocorrência de falência.}$$

$$V(\tilde{F}) = \frac{E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)}{R_F} - \text{é o valor presente, considerando-se o risco, dos custos de falência.}$$

Levando-se  $V_A$ ,  $V_p$ ,  $V(\tilde{f})$  e  $V(\tilde{F})$  em (25) tem-se:

$$V_A = V_p + TD \frac{(R_F - 1)}{R_F} - T(I - D) V(\tilde{f}) - (1-T)V(\tilde{F}) \quad (26)$$

Finalmente, obteve-se uma expressão que fornece o valor da firma alavancada, em função do valor da firma não alavancada, da dívida e dos custos associados à falência.

### 3.5. Capacidade de Débito

Modigliani e Miller<sup>31</sup> criaram um modelo onde o valor da firma é maximizado quando os seus investimentos são totalmente financiados pelo capital da dívida. Porém, na prática, os credores não permitem que a firma tome emprestado indefinida-

<sup>31</sup>MODIGLIANI, F.F. and MILLER, M.H. Op.Cit. nota 16.

mente, pois eles têm conhecimento do risco de falência. No sistema financeiro, geralmente, a firma estabelece um custo para o risco de insolvência e negocia livremente este custo com a taxa de benefício do débito de modo a alcançar a estrutura ótima. Esta proibição foi formalizada na abordagem da preferência de estado em um período por Kraus e Litzenberger<sup>32</sup>.

De acordo com Kim<sup>33</sup>, "a capacidade de débito é definida como o montante máximo que uma firma com dados investimentos pode pedir emprestado em um mercado de capital em equilíbrio". É claro que se existe um débito máximo permitido para a empresa, a adoção de uma estrutura ótima só tem significado quando o débito necessário para se atingir a estrutura ótima for menor do que a capacidade de débito. Alguns autores (Hong e Rappaport<sup>34</sup>) consideram que a capacidade de débito de uma empresa é o próprio débito que aparece na estrutura ótima de capital da firma. A análise da capacidade de débito que será feita a seguir, baseia-se no trabalho apresentado por Kim<sup>35</sup>.

O débito máximo que uma empresa pode contrair é  $\bar{D}$  e a firma deve prometer  $\hat{k}_D \bar{D}$  aos credores para obter  $\bar{D}$ . Se a firma está operando em um mercado de capital em equilíbrio, ela sempre poderá contrair um débito maior se estiver disposta a pagar mais aos seus credores, desde que não tenha atingido a capacidade de débito. De acordo com Kim<sup>36</sup>, "uma vez que ela alcance sua capacidade de débito, não pode mais pedir emprestado, a despeito

---

<sup>32</sup>KRAUS, A. and LITZENBERGER, R. Op.Cit. nota 22.

<sup>33</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24. p.52.

<sup>34</sup>HONG, H. and RAPPAPORT, A. Debt Capacity, Optimal Capital Structure, and Capital Budgeting Analysis. p.8.

<sup>35</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24.

<sup>36</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24 p.53.

do quanto a mais ela prometa pagar no final do período". Matematicamente tem-se:  $dD/d\hat{k}_D^D > 0$  para  $\hat{k}_D^D < \hat{k}_D^{\bar{D}}$  e  $dD/d\hat{k}_D^D = 0$  para  $\hat{k}_D^D = \hat{k}_D^{\bar{D}}$ .

No mercado de capital em equilíbrio, o débito contraído corresponderá exatamente ao valor do pagamento prometido, considerando os mecanismos de valorização do mercado. Logo,  $dD/d\hat{k}_D^D$  só será igual a zero quando qualquer aumento posterior em  $\hat{k}_D^D$  não criar benefícios para o credor.

Como prova Kim<sup>37</sup>, "a capacidade de débito ocorre antes que a falência se torne certa, se houver custos de falência". Segundo o mesmo autor isto ocorre devido a dois fatores:

1) O valor presente dos custos de falência aumenta quando  $\hat{k}_D^D$  aumenta e,

2) Quando ocorre a falência, os custos de falência têm prioridade sobre as reivindicações dos credores.

No Apêndice A de seu trabalho, Kim<sup>38</sup> prova que:

a) Existe um  $\hat{k}_D^D$  no qual  $(dD/d\hat{k}_D^D) = 0$  e

$$F(\hat{k}_D^D) < 1. \text{ Onde } F(\hat{k}_D^D) = \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) dx \text{ é a}$$

probabilidade de que a firma falirá no final do período e  $f(\tilde{X})$  é a função densidade de probabilidade de  $\tilde{X}$  com um valor esperado  $E(\tilde{X})$  e um desvio padrão  $\sigma_X$ .

<sup>37</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24. pg.53.

<sup>38</sup>KIM, E.H. Op.Cit. nota 24.

- b) A capacidade de débito da firma ocorre enquanto a falência permanece incerta.
- c) As firmas enfrentarão um decréscimo em  $D$  mesmo quando  $\hat{k}_D D$  aumentar, uma vez que seja alcançada as suas capacidades de débito, isto é:  $dD/d\hat{k}_D D < 0$  para  $\hat{k}_D D > \hat{k}_D \bar{D}$ .

Dos três itens citados acima, pode-se tirar a seguinte conclusão: considerando que a capacidade de débito ocorre enquanto a falência está incerta, e que a firma não pode se endividar mais do que a sua capacidade de débito, o débito na estrutura financeira ótima será menor do que 100%.

### 3.6. Estrutura Financeira Ótima

A estrutura financeira ótima é aquela combinação entre o capital da dívida e o capital próprio que maximiza o valor da firma. Na seção 3.4., foi mostrado como se determina o valor de mercado da firma. Derivando a equação (26) em relação a  $\hat{k}_D D$  obtém-se:

$$\frac{d V_A}{d \hat{k}_D D} = \frac{T(R_F - 1)}{R_F} \frac{d D}{d \hat{k}_D D} + T V(\tilde{f}) \frac{d D}{d \hat{k}_D D} - T(I - D) \frac{d V(\tilde{f})}{d \hat{k}_D D} - (1 - T) \frac{d V(\bar{F})}{d \hat{k}_D D} \quad (27)$$

A equação (27) mostra que uma alteração em  $\hat{k}_D D$  provoca efeitos positivos e negativos no valor de mercado da empresa. Um aumento em  $\hat{k}_D D$ , em certas condições, provoca um aumento no valor presente da taxa de ganhos (VPTG) que corresponde a primeira parcela de (27). Provoca, também, um aumento no valor presente da taxa dos custos de falência (VPCF) que corresponde a última parcela de (27).

De acordo com Kim<sup>39</sup>, quando  $\hat{k}_D D$  se aproxima do menor valor possível de  $\tilde{X}$ ,

$$\frac{d D}{d \hat{k}_D D} \rightarrow \frac{1}{R_F}, \quad V(\tilde{f}) \rightarrow 0, \quad \frac{dV(\tilde{f})}{d \hat{k}_D D} \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \frac{dV(\tilde{F})}{d \hat{k}_D D} \rightarrow 0.$$

Logo, nestas condições,  $(d V_A / d \hat{k}_D D)$  é estritamente positiva isto

é,  $\frac{d V_A}{d \hat{k}_D D} \rightarrow \frac{T(R_F - 1)}{R_F^2}$ . Em outras palavras, quando  $\hat{k}_D D$  está próximo

do menor valor possível de  $\tilde{X}$ , um aumento em  $\hat{k}_D D$  provoca um maior aumento no VPTG do que no VPCF e, conseqüentemente, o valor de mercado da firma aumenta.

"Quando  $\hat{k}_D D$  é igual a  $\hat{k}_D \tilde{D}$ ,  $(d D / d \hat{k}_D D) = 0$  e portanto,

$$\frac{d V_A}{d \hat{k}_D D} = - \left[ T(I-D) \frac{dV(\tilde{f})}{d \hat{k}_D D} + (1-T) \frac{dV(\tilde{F})}{d \hat{k}_D D} \right]. \quad (28)$$

Se a falência continua incerta, um aumento em  $\hat{k}_D D$  aumenta a probabilidade de falência e assim, tanto  $V(\tilde{f})$  como  $V(\tilde{F})$  deveriam au-

mentar quando  $\hat{k}_D D$  aumenta, isto é,  $\frac{dV(\tilde{f})}{d \hat{k}_D D} > 0$  e  $\frac{dV(\tilde{F})}{d \hat{k}_D D} > 0$ <sup>40</sup>. Como

a capacidade de débito ocorre enquanto a falência está incerta, um aumento em  $\hat{k}_D D$  provoca um aumento no VPCF enquanto o VPTG tem um aumento nulo (pois  $(d D / d \hat{k}_D D) = 0$ ), logo, o valor de mercado da empresa sofrerá um decréscimo.

Como foi visto anteriormente, um aumento em  $\hat{k}_D D$  provoca um aumento em  $V_A$  quando  $\hat{k}_D D$  é pequeno e um decréscimo em  $V_A$  quando  $\hat{k}_D D$  é grande. Logo, deve existir um valor de  $\hat{k}_D D$ , di-

<sup>39</sup> KIM, E.H. Op.Cit., p.55.

<sup>40</sup> KIM, E.H. Op.Cit., p.55.

gamos  $\hat{k}_D^{D*}$ , no qual  $(d V_A / d \hat{k}_D) = 0$  e  $V_A$  atinge o seu valor máximo  $V_A^*$ .

Além disto, como pondera Kim<sup>41</sup>, "já que  $d V_A / d \hat{k}_D$  é estritamente negativo em  $\hat{k}_D \bar{D}$ ,  $\hat{k}_D^{D*}$  deverá ser estritamente menor do que  $\hat{k}_D \bar{D}$ ". Como  $\hat{k}_D^{D*}$  deve ser menor do que  $\hat{k}_D \bar{D}$ ,  $\hat{k}_D^{D*}$  deve ser menor do que  $\bar{D}$  e portanto, o débito na estrutura ótima de capital deve ser menor do que a capacidade de débito. Sendo assim, torna-se interessante para a empresa, trabalhar com uma estrutura ótima de capital.

Para determinar a estrutura ótima de capital, devemos fazer (27) igual a zero. Daí obtemos:

$$\frac{R_F - 1}{R_F} + V(\tilde{f}) \frac{d D}{d \hat{k}_D} = (I - D) \frac{d V(\tilde{f})}{d \hat{k}_D} + \frac{1 - T}{T} \frac{d V(\tilde{F})}{d \hat{k}_D} \quad (29)$$

Portanto, a estrutura ótima de capital será dada pelo  $\hat{k}_D$  que satisfaz (29) sem anular ambos os lados.

### 3.7. A Função Custo de Falência

Toda a discussão anterior gira em torno do conceito de custos de falência, e na hipótese de que o valor esperado destes custos é uma função crescente da probabilidade de falência. Isto, porém, não é suficiente para se poder aplicar, na prática, este conceito. É portanto importante, se estabelecer uma função custo de falência, que considere variáveis de mais fácil

---

<sup>41</sup>KIM, E.H. Op. Cit. pg. 55.



tratamento por parte do gerente. Nos parágrafos seguintes, será proposta uma nova abordagem para se estabelecer esta função.

A função levará em consideração dois tipos de custos:

- 1) Custos de liquidação.
- 2) Custos administrativos.

Os custos de liquidação já foram tratados na seção 3.5, e são constituídos pelas perdas relativas à liquidação dos ativos, a um preço menor do que o seu valor econômico. O valor econômico dos ativos de uma empresa, designado aqui por  $P_E$ , deve ser entendido como o preço médio pelo qual os ativos poderiam ser adquiridos no mercado. Estes ativos podem ser liquidados por um valor  $P_L$  que depende basicamente de:

- a) Setor e localização da empresa.
- b) Situação do setor na hora da liquidação dos ativos.
- c) Risco de falência, isto é, a probabilidade da empresa não saldar as suas dívidas no fim do período.
- d) Condições de liquidação.

O setor e a localização da empresa, deverão influir no sentido em que, de um setor para outro, geralmente, são diferentes os hábitos de manutenção e operação dos ativos, bem como o seu desgaste. Além disto, é provável que dependendo do setor, se os ativos estão localizados próximo de um certo local, podem ter um maior valor de liquidação.

A situação do setor no momento da liquidação

é muito importante. Se uma empresa pertence a um setor cujo mercado é promissor, é bem provável que os seus ativos possam ser liquidados por um valor relativo mais alto do que os ativos de uma outra empresa que pertença a um setor cujo mercado é pouco promissor.

A probabilidade de falência é um dos fatores que mais influi no preço de liquidação. No mercado econômico-financeiro, quanto maior a probabilidade de falência, menor deve ser o preço de liquidação dos bens. Isto se dá porque quando os possíveis compradores verificam que a empresa está prestes a falir, passam a oferecer menos pelos ativos.

As condições de liquidação influem bastante no preço de liquidação dos ativos. Estas condições são o prazo para se efetuar a venda dos bens, as condições de pagamento e a área de influência (tipo e número de entidades que tomam conhecimento da liquidação e podem participar da compra).

De uma maneira geral, o valor de liquidação é menor do que o valor econômico. Neste trabalho, supõe-se válida a seguinte relação entre o valor econômico e o valor de liquidação dos ativos:

$$P_L = P_E - C \quad (30)$$

onde  $C$  é um parâmetro que depende dos fatores  $a, b, c$  e  $d$  citados anteriormente.

É importante, aqui, se dispender umas poucas linhas, para se tecer alguns comentários sobre o  $C$ . Na maioria dos modelos existentes, a determinação dos parâmetros envolvidos é geralmente uma tarefa difícil e penosa, muitas vezes pela falta

de considerações sobre estes elementos. Aqui, entretanto, este valor pode ser determinado com relativa facilidade, como se verá a seguir.

Quando a probabilidade de falência da empresa tender a zero, é de se esperar que o valor de liquidação tenda ao valor econômico. Considera-se isto, porque é improvável que em uma empresa onde a probabilidade de falência seja nula, o proprietário vá liquidar os bens abaixo do valor de mercado. Porém, na medida em que a probabilidade de falência aumenta, o valor de liquidação diminui. Isto ocorre, porque quando aumenta a probabilidade de falência, os adquirentes potenciais dos ativos passam a oferecer um menor valor, em decorrência das necessidades financeiras que começam a existir na empresa. Quando a probabilidade de falência tende a um, o valor de liquidação tende ao menor valor oferecido pelo mercado porque, neste momento, as dificuldades financeiras enfrentadas pela firma são muito grandes, fazendo com que haja uma oferta mínima em valor. Este menor valor de liquidação é designado por  $P_M$ . Levando-se  $P_M$  em (30) e considerando-se que  $P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) = 1$  tem-se:

$$C^* = P_E - P_M \quad (31)$$

Neste momento, o parâmetro  $C$  passa a assumir um valor constante,  $C^*$ , que corresponde a perda máxima que pode decorrer da liquidação dos ativos. Em geral, a fim de simplificar a determinação de  $C^*$ , se supõe que o menor valor da liquidação é o valor residual dos bens considerados.

Do exposto acima, passar-se-á a considerar que o custo de liquidação ( $C$ ) é dado por:

$$C = C^* \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) \quad (32)$$

Levando-se (32) em (31) e rearranjando, obtém-se:

$$P_E - P_L = C^* P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) \quad (33)$$

Adota-se aqui, a mesma definição de valor residual utilizada por Fleischer<sup>42</sup>: "... é a quantia que se espera obter através da venda ou outras disposições quando o ativo é retirado de serviço".

Os custos administrativos levam em conta alguns itens referentes aos encargos e dívidas da massa falida, de acordo com a Lei de Falências<sup>43</sup>. Conforme esta Lei, são encargos da massa:

1. "As custas jurídicas do processo de falência, dos seus incidentes e das ações em que a massa for vencida";
2. "As quantias fornecidas à massa pelo síndico e pelos credores";
3. "As despesas com a arrecadação, administração, realização do ativo e distribuição do seu produto, inclusive a comissão ao síndico";
4. "As despesas com a moléstia e o enterro do falido que morrer na indigência, no curso do processo";

---

<sup>42</sup> FLEISCHER, G.A. Teoria da Aplicação do Capital. p.77.

<sup>43</sup> Código Comercial Brasileiro. pg.572-573.

5. "Os impostos e contribuições públicas a cargo da massa e exigíveis durante a falência";
6. "Indenizações por acidentes do trabalho que no caso de continuação do negócio do falido, se tenha verificado nesse período".

Ainda de acordo com a mesma Lei, são dívidas da massa:

1. "As custas pagas pelo credor que requer a falência";
2. "As obrigações resultantes de atos jurídicos válidos, praticados pelo síndico";
3. "As obrigações provenientes do enriquecimento indevido da massa".

Os custos administrativos aqui considerados só não englobam os encargos 5 e 6 pois estas despesas ocorrem mesmo quando não há falência. Estes custos podem ser representados por um certo percentual estocástico,  $\tilde{p}$ , do valor de liquidação dos bens. Assim sendo, o custo administrativo passa a ser:

$$\tilde{p} \cdot P_L \quad (34)$$

Somando as relações (33) e (34), que representam respectivamente os custos de liquidação e administrativos, obtém-se o custo total da falência ( $\tilde{P}$ )

$$P_E = P_L + \tilde{p} P_L \quad (35)$$

Considerando-se as relações (30) e (32) pode-se escrever o custo total de falência da seguinte maneira:

$$\tilde{F} = \begin{cases} P_E + (P_E - C^* P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) (\tilde{p} - 1) & \text{para } \tilde{X} < \hat{k}_D D \\ 0 & \text{para } \tilde{X} \geq \hat{k}_D D \end{cases} \quad (36)$$

### 3.8. Uma Abordagem Simplificada

Desde o início deste capítulo se vem discutindo os problemas da estrutura ótima de capital e dos custos de falência de uma maneira genérica. Em momento algum se falou sobre as funções densidade de probabilidade das variáveis aleatórias envolvidas. Entretanto, para se aplicar o que foi visto até agora, tem-se de conhecer as distribuições das variáveis  $\tilde{X}$ ,  $\tilde{R}_m$  e  $\tilde{p}$ .

A variável aleatória  $\tilde{X}$ , foi definida como sendo o valor final estocástico dos projetos após o pagamento dos bens não capital. Portanto, esta variável pode ser considerada como sendo a soma dos valores estocásticos finais dos vários projetos, após o pagamento dos bens não capital. Logo, se  $\tilde{X}$  é a soma de várias variáveis aleatórias, de acordo com o teorema do limite central, pode-se dizer que ela tem uma distribuição normal com média  $E(\tilde{X})$  e variância  $\sigma_X^2$ .

A taxa de retorno do portfólio de mercado,  $\tilde{R}_m$ , é a média ponderada das taxas de retorno das ações existentes no mercado. Logo, pode ser considerada como a soma de várias variáveis aleatórias. Assim sendo, de acordo com o teorema do limite central, pode-se supor que esta variável tem uma distribuição normal com média  $E(\tilde{R}_m)$  e variância  $\sigma_m^2$ .

Finalmente, a variável aleatória  $\tilde{p}$ , que representa a percentagem do valor de liquidação destinada às despesas administrativas, também pode ser considerada como a soma de variáveis aleatórias, pois  $\tilde{p}$  é a soma das percentagens do valor de liquidação destinadas a cobrir os itens citados na seção 3.9.

Após estas considerações, pode-se, agora tentar determinar uma expressão que forneça a estrutura ótima de capital.

Levando a equação (12) em (8) tem-se,

$$\tilde{k}_D D = \hat{k}_D D (1 - \tilde{f}) + \tilde{f} \tilde{X} - \tilde{F} \quad (37)$$

Substituindo  $\tilde{k}_D D$  em ambos os lados de (10), obtêm-se,

$$E \left[ \tilde{k}_D D (1 - \tilde{f}) + \tilde{f} \tilde{X} - \tilde{F} \right] = R_F D + \lambda \text{cov}(\hat{k}_D D (1 - \tilde{f}) + \tilde{f} \tilde{X} - \tilde{F}, \tilde{R}_m) \quad (38)$$

Desenvolvendo o lado esquerdo de (28), tem-se,

$$E \left[ \tilde{k}_D D (1 - \tilde{f}) + \tilde{f} \tilde{X} - \tilde{F} \right] = \hat{k}_D D - \hat{k}_D D E(\tilde{f}) + E(\tilde{f} \tilde{X}) - E(\tilde{F}) \quad (39)$$

Pode-se verificar que:

$$E(\tilde{f}) = F(\hat{k}_D D) \quad (40)$$

$$E(\tilde{f} \tilde{X}) = \int_{-\infty}^{\hat{k}_D D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} \quad (41)$$

Levando (40) e (41) em (39), tem-se,

$$E\left[\hat{k}_D^D(1-\tilde{f}) + \tilde{f}\tilde{X} - \tilde{F}\right] = \hat{k}_D^D - \hat{k}_D^D \cdot F(\hat{k}_D^D) + \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} - E(\tilde{F}) \quad (42)$$

Desenvolvendo o lado direito da igualdade (38) ob-  
têm-se:

$$\begin{aligned} R_F^D + \lambda \operatorname{cov}\left[\hat{k}_D^D(1-\tilde{f}) + \tilde{f}\tilde{X} - \tilde{F}, \tilde{R}_m\right] &= \\ &= R_F^D + \lambda \left[-\hat{k}_D^D \operatorname{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) + \operatorname{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) - \operatorname{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)\right] \end{aligned} \quad (43)$$

Igualando (43) a (42), tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{k}_D^D \left[1 - F(\hat{k}_D^D)\right] + \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} - E(\tilde{F}) &= \\ &= R_F^D + \lambda \left[-\hat{k}_D^D \operatorname{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) + \operatorname{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) - \operatorname{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)\right] \end{aligned} \quad (44)$$

ou,

$$\begin{aligned} D = \frac{1}{R_F} \left\{ \hat{k}_D^D \left[1 - F(\hat{k}_D^D)\right] + \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} - \lambda \left[\operatorname{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) - \hat{k}_D^D \operatorname{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)\right] \right\} - \\ - \frac{E(\tilde{F}) - \lambda \operatorname{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)}{R_F} \end{aligned} \quad (45)$$

$$\text{Como } \frac{E(\tilde{F}) - \operatorname{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)}{R_F} = V(\tilde{F}) \text{ vem,}$$

$$D = \frac{1}{R_F} \left\{ \hat{k}_D^D \left[1 - F(\hat{k}_D^D)\right] + \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} - \lambda \left[\operatorname{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) - \hat{k}_D^D \operatorname{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m)\right] \right\} - V(\tilde{F}) \quad (46)$$



A equação acima permite que seja determinado o valor de mercado do débito da empresa.

Substituindo (83), (92) e (101) do Apêndice IV na equação (46), obtém-se

$$D = \frac{1}{R_F} \{ \hat{k}_D D [1 - F(\hat{k}_D D)] + E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D D) - \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) F(\hat{k}_D D) \} - V(\tilde{F}) \quad (47)$$

$$\text{Fazendo-se, } \hat{k}_D D [1 - F(\hat{k}_D D)] + E(X) F(\hat{k}_D D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D D) = E(\hat{k}_D D^0)$$

onde,

$E(\hat{k}_D D^0)$  é o valor esperado bruto do retorno para os credores na ausência de custos de falência, obtém-se,

$$D = \frac{1}{R_F} \left[ E(\hat{k}_D D^0) - \lambda \text{cov}(X, R_m) F(\hat{k}_D D) \right] - V(\tilde{F}) \quad (48)$$

A equação (48) estabelece um modelo para a determinação do débito da empresa, mesmo no caso em que não há custos de falência. Como pondera Kim<sup>44</sup>, esta equação "também estabelece explicitamente que o prêmio de risco do débito da empresa é igual ao prêmio pelo risco operacional da firma que toma emprestado,  $\lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)$ , multiplicado pela probabilidade da firma abrir falência,  $F(\hat{k}_D D)$ ". Kim<sup>45</sup> explica esta expressão para o prêmio de risco, da seguinte maneira: "Até o momento em que a firma não falir; os credores recebem um montante fixo  $\hat{k}_D D$  que não tem nenhum relacionamento sistemático com o mercado. Se a firma vai à falên-

<sup>44</sup>KIM, E.H. Op.Cit., nota 24, pg.57.

<sup>45</sup>KIM, E.H. Ibidem.

cia, os credores recebem  $\tilde{X}$  que tem um risco sistemático  $\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)$ , que não pode ser diversificado no portfólio dos credores. Já que este risco sistemático é importante para os credores apenas no momento em que a firma está falida, o risco relevante é o risco total sistemático da firma, multiplicado pela probabilidade de falência".

A equação (48) mostra ainda que, no caso do valor esperado dos custos de falência ser diferente de zero, o valor de mercado do débito é igual ao valor atual que teria na ausência dos custos de falência, menos o valor atual dos custos de falência, considerando o risco sistemático de falência. Os custos de falência são custos que os credores esperam assumir com uma certa probabilidade. Logo, eles devem deduzi-los do montante que emprestariam caso a empresa não tivesse gastos com a falência.

Da equação (36) obtém-se:

$$\tilde{F} = C \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) + \tilde{p} \cdot P_E - C \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) \tilde{p} \quad (49)$$

Substituindo (12) e (49) em (9) tem-se:

$$\tilde{F} = C \cdot \tilde{f} \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) + \tilde{p} \tilde{f} [P_E - C \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D)] \quad (50)$$

$$\text{Sendo } V(\tilde{F}) = \frac{E(\tilde{F}) - \lambda \text{cov}(\tilde{F}, \tilde{R}_m)}{R_F} \text{ obtem-se:}$$

$$V(\tilde{F}) = \frac{1}{R_F} \left\{ E [C \cdot \tilde{f} \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) + \tilde{p} \tilde{f} [P_E - C \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D)]] - \right. \\ \left. - \lambda \text{cov} [C \cdot \tilde{f} P(\tilde{X} < \hat{k}_D D) + \tilde{p} \tilde{f} [P_E - C \cdot P(\tilde{X} < \hat{k}_D D)], \tilde{R}_m] \right\} \quad (51)$$

Daí vem:

$$\begin{aligned} E [C^* \tilde{f} P(\tilde{X} < \hat{k}_D) + \tilde{p} \tilde{f} [P_E - C^* P(\tilde{X} < \hat{k}_D)]] &= \\ = C^* F(\hat{k}_D) E(\tilde{f}) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D)] E(\tilde{p} \tilde{f}) \end{aligned} \quad (52)$$

Supondo que as variáveis aleatórias  $\tilde{p}$  e  $\tilde{f}$  são independentes tem-se:

$$E(\tilde{p} \tilde{f}) = E(\tilde{p}) E(\tilde{f}) \quad (53)$$

Sabe-se que:

$$E(\tilde{f}) = P(\tilde{X} < \hat{k}_D) \quad (54)$$

Levando (53) e (54) em (52) tem-se:

$$E(\tilde{F}) = C^* [F(\hat{k}_D)]^2 + [P_E - C^* F(\hat{k}_D)] E(\tilde{p}) F(\hat{k}_D) \quad (55)$$

De (51) tira-se:

$$\begin{aligned} \text{cov}[C^* \tilde{f} F(\hat{k}_D) + \tilde{p} \tilde{f} [P_E - C^* F(\hat{k}_D)], \tilde{R}_m] &= \\ = \text{cov}[C^* \tilde{f} F(\hat{k}_D), \tilde{R}_m] + \text{cov}[[P_E - C^* F(\hat{k}_D)] \tilde{p} \tilde{f}, \tilde{R}_m] &= \\ = C^* F(\hat{k}_D) \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D)] \text{cov}(\tilde{p} \tilde{f}, \tilde{R}_m) \end{aligned} \quad (56)$$

Considerando-se que  $\tilde{p}$  independe de  $\tilde{R}_m$  e  $\tilde{f}$  tem-se:

$$[C^* F(\hat{k}_D) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D)] E(\tilde{p})] \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) \quad (57)$$

Como  $\text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) = -\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D D)$  - ver Apêndice IV - vem:

$$- [C^* F(\hat{k}_D D) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D D)] E(\tilde{p})] \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D D) \quad (58)$$

Levando (58) e (55) em (51) tem-se:

$$V(\tilde{F}) = \frac{1}{R_F} \left\{ C^* [F(\hat{k}_D D)]^2 + [P_E - C^* F(\hat{k}_D D)] E(\tilde{p}) F(\hat{k}_D D) + \right. \\ \left. + \lambda [C^* F(\hat{k}_D D) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D D)] E(\tilde{p})] \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D D) \right\} \quad (59)$$

ou:

$$V(\tilde{F}) = \frac{1}{R_F} [C^* F(\hat{k}_D D) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D D)] E(\tilde{p})] [F(\hat{k}_D D) + \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D D)] \quad (60)$$

Levando-se (60) em (47) obtêm-se um modelo que permite determinar o valor de mercado do débito da empresa, quando os custos de falência são dados pela expressão (36):

$$D = \frac{1}{R_F} \left\{ \hat{k}_D D [1 - F(\hat{k}_D D)] + E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D D) - \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) F(\hat{k}_D D) - \right. \\ \left. - C^* F(\hat{k}_D D) + [P_E - C^* F(\hat{k}_D D)] E(\tilde{p}) \right\} [F(\hat{k}_D D) + \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D D)] \quad (61)$$

Como já foi comentado anteriormente, a estrutura ótima de capital será dada pelo  $\hat{k}_D D$  que satisfizer a expressão (29) sem anular os seus dois lados. Para se utilizar aquela expressão, precisa-se conhecer  $\frac{dV(\tilde{F})}{d\hat{k}_D D}$ ,  $\frac{dD}{d\hat{k}_D D}$  e  $\frac{dV(\tilde{f})}{d\hat{k}_D D}$ .

Substituindo a expressão (92) do Apêndice IV, na definição de  $V(\tilde{f})$  obtêm-se:

$$V(\tilde{f}) = \frac{1}{R_F} [F(\hat{k}_D^D) + \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D^D)] \quad (62)$$

Derivando-se (60), (61) e (62) em relação a  $\hat{k}_D^D$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dV(\tilde{f})}{d\hat{k}_D^D} = \frac{1}{R_F} \left\{ C^* 2F(\hat{k}_D^D) f(\hat{k}_D^D) + P_E E(\tilde{p}) f(\hat{k}_D^D) - \right. \\ \left. - C^* 2F(\hat{k}_D^D) f(\hat{k}_D^D) E(\tilde{p}) + \right. \\ \left. + \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) \left\{ C^* \left\{ f(\hat{k}_D^D)^2 + F(\hat{k}_D^D) f(\hat{k}_D^D) \frac{\hat{k}_D^D - E(\tilde{X})}{\sigma_X^2} \right\} + \right. \right. \\ \left. \left. + E(\tilde{p}) \left\{ P_E f(\hat{k}_D^D) \frac{\hat{k}_D^D - E(\tilde{X})}{\sigma^2} - C \left\{ f(\hat{k}_D^D)^2 + F(\hat{k}_D^D) \frac{\hat{k}_D^D - E(\tilde{X})}{\sigma_X^2} \right\} \right\} \right\} \right\} \quad (63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dD}{d\hat{k}_D^D} = \frac{1}{R_F} \left\{ 1 - F(\hat{k}_D^D) - \hat{k}_D^D f(\hat{k}_D^D) + E(\tilde{X}) f(\hat{k}_D^D) - \sigma^2 f(\hat{k}_D^D) \frac{\hat{k}_D^D - E(\tilde{X})}{\sigma_X^2} - \right. \\ \left. - \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D^D) \right\} - \frac{\partial V(\tilde{f})}{\partial \hat{k}_D^D} \quad (64) \end{aligned}$$

$$\frac{dV(\tilde{f})}{d\hat{k}_D^D} = \frac{f(\hat{k}_D^D)}{R_F} \left\{ 1 - \lambda \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) \frac{\hat{k}_D^D - E(\tilde{X})}{\sigma_X^2} \right\} \quad (65)$$

Finalmente, levando as expressões (63), (64) e (65) na expressão (29), pode-se determinar a estrutura ótima de capital da empresa.

## C A P Í T U L O    I V

### 4. MODELAGEM DO PROBLEMA

#### 4.1. Introdução

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático para o planejamento conjunto de financiamentos e investimentos e descrito sucintamente como se chegou a ele.

Durante todo o capítulo III, trabalhou-se com um modelo para valorização de ações - o CAPM<sup>46</sup> -, conseguindo-se determinar, no final do capítulo, um modelo que estabelece o valor da empresa em função, basicamente, do seu débito. Esta fase "preliminar" foi extremamente importante dentro do contexto global, pois era preciso resolver inicialmente o problema da estrutura ótima de capital, para depois se passar ao estudo do modelo de planejamento propriamente dito.

Numa segunda etapa, iniciou-se o estudo dos

---

<sup>46</sup>SHARPE, W.F. Op. Cit.

modelos formulados por Weingartner<sup>47</sup>, com o intuito de se obter um modelo final, que estivesse de acordo com os objetivos estabelecidos no início deste trabalho.

Desde o livro escrito por Weingartner<sup>48</sup>, em 1963, apareceram uma série de outros trabalhos, propondo formulações de modelos, válidos dentro de certas condições. Com base nestas condições, pode-se classificar tais modelos em três grandes categorias:

- 1) Modelos para orçamento de capital quando não é permitido emprestar nem tomar emprestado.
- 2) Modelos para orçamento de capital quando é permitido apenas tomar emprestado.
- 3) Modelos para orçamento de capital quando é permitido emprestar e tomar emprestado.

O modelo que será proposto aqui, se enquadra no terceiro grupo. Alguns aspectos deste grupo, foram exhaustivamente estudados por Weingartner<sup>49</sup>, Jean<sup>50</sup>, Chambers<sup>51</sup> e Audibert<sup>52</sup>.

---

<sup>47</sup>WEINGARTNER, H.M. Op.Cit. notas 12 e 13. Mathematical Programming and The Analysis of Capital Budgeting Problems. 1963.

<sup>48</sup>WEINGARTNER, H.M. Mathematical Programming and The Analysis of Capital Budgeting Problems. 1963.

<sup>49</sup>WEINGARTNER, H.M. Op.Cit. nota 12.

<sup>50</sup>JEAN, W.H. Terminal Value or Present Value in Capital Budgeting Programs. pg.649-651.

<sup>51</sup>CHAMBERS, D.T. Op.Cit., nota 11.

<sup>52</sup>AUDIBERT, J.M. Op.Cit., nota 9.

Entretanto, nenhum considerou satisfatoriamente o problema da estrutura ótima de capital.

#### 4.2. Definições e Hipóteses

Será considerada daqui por diante uma empresa que satisfaz as seguintes condições:

- 1) A valorização da empresa se dá de acordo com o CAPM.
- 2) Os custos de falência se comportam de acordo com o modelo estabelecido pela relação (36).
- 3) São válidas todas as conclusões tiradas no capítulo III.
- 4) Os gerentes acreditam que os acionistas da empresa podem obter um retorno de  $i_a$ , antes da taxa de imposto de renda, na compra de ações de outra empresa que tenha situação no mercado e estrutura de capital semelhantes.
- 5) A emissão de novas ações na forma de direito de subscrição, tem um custo médio de  $i_{ca}$ .
- 6) A empresa pode tomar emprestado emitindo debêntures de  $n$  anos a uma taxa de  $i_d$  ao ano. Os custos médios de emissão de debêntures são de  $i_{ca}$ .



- 7) A empresa pode lançar mão de empréstimos bancários. Estes empréstimos são obtidos por um prazo de  $n_b$  anos, a uma taxa de juros, após o imposto de renda, de  $i_b$ .
- 8) A taxa de imposto de renda é fixada em  $T$ . Há um atraso de um ano no seu pagamento.
- 9) A direção da empresa tem como uma das principais diretrizes na área financeira, manter uma estrutura ótima de capital.
- 10) O planejamento da empresa é realizado considerando-se um horizonte de  $H$  anos.
- 11) O administrador deve ser induzido a fazer uma nova emissão de direitos de subscrição de ações, apenas se houver algum aumento do valor da firma para os acionistas existentes, após se dar para os subscritos da nova emissão um retorno de  $i_a$ .
- 12) A afirmação (11) garante que os acionistas não farão novas aplicações na firma, a uma taxa de retorno menor do que os retornos que eles podem encontrar em outros lugares.
- 13) Para garantir que o administrador não será levado a acumular fundos que ele já controla, ou a investi-los a taxas de retorno mais baixas do que aquelas predominantes no mercado, o modelo inclui o mercado de

capitais como alternativa para a aplicação de fundos (títulos do governo e compra de ações).

Considerando que os acionistas podem obter um retorno de  $i_a$  em um projeto semelhante, a empresa deve oferecer u ma perspectiva de retorno efetivo um pouco maior sobre os fundos realmente recebidos. Não se deve esquecer que existe um custo de subscrição de novas ações, e portanto a empresa vai receber o valor das ações postas no mercado, menos a parcela destinada à entidade que administra a subscrição.

Como já foi discutido no capítulo II, a empresa irá escolher o conjunto de projetos que maximiza o seu valor presente total no horizonte H. Levando-se em conta um conjunto de condições iniciais e as restrições impostas por estas condições e pelo período de planejamento, a firma irá selecionar projetos pela regra do valor presente, usando como taxa de desconto a sua taxa de mínima atratividade. Nestas condições, os projetos selecionados dentro do horizonte de planejamento, especificarão uma estratégia ótima ano a ano.

As condições (1), (2) e (3) indicam que a estrutura financeira ótima da empresa irá ocorrer quando for satisfeita a relação (29).

#### 4.3. O Modelo Matemático

Em cada período  $t$  - onde  $t$  é um número inteiro maior ou igual a um e estritamente menor do que H (horizonte de planejamento) - haverá uma escolha entre  $n_t$  atividades indepen

dentes. Destas, as  $n'_t$  primeiras são projetos de investimento, cada uma caracterizada pelos seus fluxos de caixa. As outras atividades são: compras de títulos do governo, emissão de ações, emissão de debêntures, compra de ações de outras firmas e empréstimos bancários. Deve ficar bem claro aqui, que pode-se adicionar quantas atividades forem necessárias para retratar, o mais fielmente possível, as alternativas internas e externas de investimentos e financiamentos.

Uma atividade começando em um período  $t$  qualquer, pode provocar uma alteração no fluxo de caixa daquele período e de cada período sucessivo. A atividade  $j$  implantada no período  $t$ , resultará em um fluxo de caixa  $F_{tj}^T$  ( $T=t, t+1, \dots, H-1$ ) - os gastos originais em um projeto, irão aparecer como um fluxo negativo.

O valor presente no horizonte, dos fluxos de caixa pré-horizonte do projeto  $j$  iniciado no período  $t$ , é dado por:

$$V'_{tj} = \sum_{T=1}^{H-1} F_{tj}^T (1+r)^{(H-T)} \quad \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, n_t \\ j \neq n'_t + 2 \\ t = 1, 2, \dots, (H-1) \end{array} \quad (66)$$

O valor presente no horizonte, dos fluxos de caixa no horizonte e pós-horizonte do projeto  $j$  iniciado no período  $t$ , é dado por:

$$V''_{tj} = \sum_{T=H}^{H'} F_{tj}^T (1+r)^{-(T-H)} \quad \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, n_t \\ j \neq n'_t + 2 \\ t = 1, 2, \dots, (H-1) \end{array} \quad (67)$$

O valor presente total no horizonte (VPTH), do projeto  $j$  iniciado no período  $t$ , é dado por:

$$V_{tj} = \sum_{T=1}^{H-1} F_{tj}^T (1+r)^{(H-T)} + \sum_{T=H}^{H'} F_{tj}^T (1+r)^{-(T-H)} \quad (68)$$

$$j = 1, 2, \dots, n_t$$

$$j \neq n_t' + 2$$

$$t = 1, 2, \dots, (H-1)$$

onde:

$H'$  - é o tempo de vida do projeto mais longo.

$(n_t' + 2)$  - é a atividade que consiste na emissão de ações.

$r$  - é a taxa de mínima atratividade da empresa.

O valor presente, no horizonte, das ações subscritas no fim do período  $t$ , é denotado por  $V_{t, n_t' + 2}$  e o seu valor será:

$$V_{t, n_t' + 2} = \sum_{T=1}^{H-1} F_{t, n_t' + 2}^T (1+r)^{(H-T)} + V_d \quad (69)$$

onde:

$V_d$  - é o valor presente, no horizonte, dos dividendos oferecidos nos horizontes e após ele. O processo de obtenção de  $V_d$ , vem logo a seguir.

Suponha-se que após o período de planejamento, os dividendos crescerão a uma taxa constante  $q$ . Sendo  $d_H$  o di

videndo pago no fim do período  $H$ , pode-se escrever o valor presente no horizonte, dos dividendos pagos após o período de planejamento da seguinte maneira:

$$V_d = \lim_{n \rightarrow \infty} d_H + d_H \frac{1+q}{1+r} + d_H \frac{(1+q)^2}{(1+r)^2} + d_H \frac{(1+q)^3}{(1+r)^3} + \dots + d_H \frac{(1+q)^n}{(1+r)^n} \quad (70)$$

A série acima é uma progressão geométrica com o primeiro termo igual a  $d_H$  e razão igual a  $\frac{1+q}{1+r}$ . A soma dos primeiros termos desta progressão quando  $n \rightarrow \infty$  (considerando  $\frac{1+q}{1+r} \neq 1$ ), é igual a:

$$V_d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_H - d_H \left( \frac{1+q}{1+r} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1+q}{1+r}} \quad (71)$$

Supondo que a taxa de crescimento dos dividendos ( $q$ ) é menor do que a taxa de retorno da empresa ( $r$ ), tem-se que  $\frac{1+q}{1+r} < 1$ . Logo, quando  $n \rightarrow \infty$ ,  $\left( \frac{1+q}{1+r} \right)^{n+1} \rightarrow 0$  e pode-se escrever:

$$V_d = \frac{(1+r) d_H}{r - q} \quad (72)$$

Determinados os valores presentes dos projetos no horizonte, pode-se agora estabelecer o modelo de planejamento. No modelo, a variável que indica aceitação ou rejeição do projeto  $j$  no período  $t$  é  $X_{tj}$ ;  $X_{tj}$  é igual a zero se o projeto é rejeitado e igual a um se o projeto é aceito na solução - isto para os  $n'_t$  a  $n_t$ ,  $X_{tj}$  pode ser considerada como a fração do projeto a ser realizada.

Assim sendo, o modelo de planejamento pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar: } \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} V_{tj} \cdot X_{tj} \quad T = 1, 2, \dots, (H-1) \quad (73)$$

Sujeito a:

$$F_o^T + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} F_{tj}^T X_{tj} = D_o^T + N_o^T \quad T=1, 2, \dots, (H-1) \quad (74)$$

$$\frac{dV^T}{d\hat{k}_D D^T} = 0 \quad T = 1, 2, \dots, (H-1) \quad (75)$$

$$X_{tj} = \{0 \text{ ou } 1\} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n'_t \\ t = 1, 2, \dots, H-1$$

$$X_{tj} \geq 0 \quad \text{para } j = n'_t+1, n'_t+2, \dots, n_t \\ t = 1, 2, \dots, H-1$$

onde:

$V_{tj}$  - é o valor presente no horizonte, do projeto  $j$  iniciado no período  $t$ .

$F_o^T$  - é o fluxo de caixa relativo a projetos anteriores ao período de planejamento, no período  $T$ .

$\frac{dV^T}{d\hat{k}_D D^T}$  - é a derivada do valor da empresa em relação a dívida, no período  $T$ . Esta derivada está calculada na relação (27).

$D_o^T$  - é o dividendo planejado para ser pago aos atuais acionistas, no período  $T$ .

$N_o^T$  - é o fluxo de caixa no período  $T$ , referente a antigas dívidas.

A introdução da função  $\frac{dV^T}{d\hat{k}_D D^T} = 0$  como uma restrição, torna este modelo um modelo de programação não-linear. A seguir, será mostrada uma maneira fácil e prática para se linearizar o modelo.

#### 4.4. Linearização do Modelo

A função  $V = f(\hat{k}_D D, I)$ , para um certo nível de investimento ( $I$ ), pode ser representada graficamente pela figura abaixo:

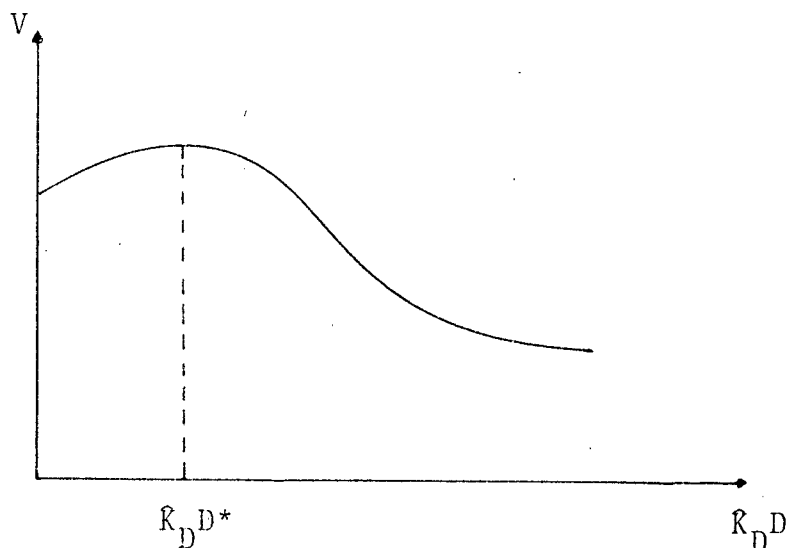


FIGURA 3 - Valor da Empresa em Função da Dívida.

As experiências mostraram que esta função pode ser aproximada, principalmente nas regiões próximas de  $\hat{k}_D D^*$ , por uma superfície de segundo grau. Portanto, aproximando-se a função  $V$  por uma função de segundo grau em  $I$  e  $\hat{k}_D D$  obtém-se:

$$V^T = a_1 + a_2 I^T + a_3 \hat{k}_D D + a_4 (I^T)^2 + a_5 I^T \hat{k}_D D^T + a_6 (\hat{k}_D D^T)^2 \quad (76)$$

onde:

$V^T$  - valor da firma no período T

$I^T$  - investimentos totais até o período T

$\hat{k}_D^T$  - saldo devedor total no período T

Os valores dos coeficientes  $a_i$  são determinados por meio de regressão múltipla não linear.

Derivando-se  $V^T$  em relação a  $\hat{k}_D^T$  obtém-se:

$$\frac{dV^T}{d\hat{k}_D^T} = a_3 + a_5 I^T + 2a_6 \hat{k}_D^T \quad (77)$$

O investimento total no período T,  $(I^T)$ , é dado por:

$$I^T = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} I_{tj}^T X_{tj} + I_0^T \quad T=1,2,\dots,(H-1) \quad (78)$$

onde:

$I_{tj}^T$  - é o valor atualizado para o período T, dos investimentos realizados no projeto j iniciado no período t.

$I_0^T$  - é o valor atualizado para o período T, de antigos investimentos.

O saldo devedor total no período T,  $(\hat{k}_D^T)$ , é dado por:

$$\hat{k}_D^T = \sum_{t=1}^T (SD_{t,n_t'+3}^T X_{t,n_t'+3} + SD_{t,n_t'+5}^T X_{t,n_t'+5}) + SD_0^T \quad T=1,2,\dots,H-1 \quad (79)$$

onde:



$SD_{t,n'_t+3}^T$  - é o saldo devedor no período T, das debêntures emitidas no período t.

$SD_{t,n'_t+5}^T$  - é o saldo devedor no período T, do empréstimo bancário contraído no período t.

$SD_0^T$  - é o saldo devedor no período T, de dívidas contraídas antes do período de planejamento.

Após estas considerações, pode-se escrever o modelo da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar: } \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} V_{tj} X_{tj} \quad (80)$$

Sujeito a:

$$F_0^T + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} F_{tj}^T X_{tj} = D_0^T + N_0^T \quad T=1,2,\dots,H-1 \quad (81)$$

$$a_3 + a_5 \left[ I_0^T + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} I_{tj}^T X_{tj} \right] + 2a_6 \left[ SD_0^T + \sum_{t=1}^T SD_{t,n'_t+3}^T X_{t,n'_t+3} + SD_{t,n'_t+5}^T X_{t,n'_t+5} \right] = 0 \quad T=1,2,\dots,H-1 \quad (82)$$

$$X_{tj} = \{0 \text{ ou } 1\} \quad \text{para } j = 1,2,\dots, n'_t \\ t = 1,2,\dots, H-1$$

$$X_{tj} \geq 0 \quad \text{para } j = n'_t+1, n'_t+2,\dots, n_t \\ t = 1,2,\dots, H-1$$

Que é o modelo final.

5. EXEMPLO ILUSTRATIVO DE APLICAÇÃO DO MODELO5.1. Determinação da Estrutura Ótima de Capital

Neste capítulo será apresentada uma aplicação do modelo proposto. Para tal, será criada uma empresa fictícia, caracterizada pelos parâmetros descritos nos capítulos III e IV.

O valor esperado ( $E[\tilde{X}]$ ) e o desvio-padrão ( $\sigma_X$ ) do valor final dos projetos, após o pagamento dos fatores de produção não capital, são expressos em função do investimento efetuado (I), ou seja:

$$E(\tilde{X}) = 1,17 I$$

$$\sigma_X = 0,25 I$$

Os outros parâmetros tem os seguintes valores:

$$T = 0,40 \qquad \sigma_m = 0,20$$

$$R_F = 1,05 \qquad r_{\tilde{X}, \tilde{R}_m} = 0,5$$

$$E(\tilde{R}_m) = 1,15 \qquad E(\tilde{p}) = 0,20$$

Onde:

T - taxa do imposto de renda.

$R_F$  - um mais a taxa de retorno de um papel sem risco.

$E(\tilde{R}_m)$  - valor esperado de um mais a taxa de retorno de um portfólio constituído por todas as ações, com risco, disponíveis no mercado.

$\sigma_m$  - desvio-padrão de um mais a taxa de retorno de um portfólio constituído por todas as ações, com risco, no mercado.

$r_{\tilde{X}, \tilde{R}_m}$  - coeficiente de correlação entre  $\tilde{X}$  e  $\tilde{R}_m$ .

$E(\tilde{p})$  - valor esperado da percentagem do valor de liquidação dos bens, destinada aos gastos administrativos.

Para se determinar a estrutura ótima de capital, foram gerados três mil valores da firma, em função dos investimentos e dos débitos. Os parâmetros necessários para esta geração foram  $T$ ,  $R_F$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma_m$ ,  $E(\tilde{p})$  e  $r_{\tilde{X}, \tilde{R}_m}$ , onde  $\lambda = (E(\tilde{R}_m) - R_F) / \sigma_m^2$  é o preço unitário do risco no mercado. Sobre este conjunto de ternos de números (Valor da Firma, Investimento, Dívida), foi feita uma análise de regressão utilizando-se o SPSS<sup>53</sup>. A equação de regressão obtida foi:

$$V = 0,141125 \cdot 10^{-4} + 0,104924 \cdot 10^{-1} I - 0,9445801 \cdot 10^{-1} \hat{k}_D D - 0,1376869 \cdot 10^{-2} I^2 + 0,7121957 \cdot 10^{-2} I \cdot \hat{k}_D D - 0,6035557 \cdot 10^{-2} (\hat{k}_D D)^2 \quad (83)$$

onde:

$V$  - valor de mercado da empresa

$I$  - investimentos realizados

$\hat{k}_D D$  - dívida da empresa.

Para esta equação,  $R^2 = 0,99928$ . O parâmetro  $R^2$  é o coeficiente de determinação múltipla e mede o grau de ajustamento entre os dados observados e a equação de regressão.

---

<sup>53</sup>NIE, Norman H. SPSS: Statistical Package for the Social Science. pg. 320-360.

Derivando  $V$  em relação a  $\hat{k}_D D$  e igualando a zero, determina-se o  $\hat{k}_D D$  que maximiza  $V$ , para um dado  $I$ , ou seja:

$$\frac{dV}{d\hat{k}_D D} = -0,9445801 \cdot 10^{-1} + 0,7121957 \cdot 10^{-2} I - 1,2071114 \cdot 10^{-2} \hat{k}_D D = 0 \quad (84)$$

Logo, o modelo matemático fica:

$$\text{Maximizar: } \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} V_{tj} X_{tj} \quad (85)$$

Sujeito a:

$$F_O^T + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} F_{tj}^T X_{tj} = D_O^T + N_O^T \quad T=1, 2, \dots, H-1 \quad (86)$$

$$\begin{aligned} & -0,944580 \cdot 10^{-1} + 0,7121957 \cdot 10^{-2} \left[ I_O^T + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_t} I_{tj}^T X_{tj} \right] \\ & -1,2071114 \cdot 10^{-2} \left[ SD_O^T + \sum_{t=1}^T (SD_{t,n_t'+3}^T X_{t,n_t'+3} + SD_{t,n_t'+5}^T X_{t,n_t'+5}) \right] = 0 \quad (87) \end{aligned}$$

$$T = 1, 2, \dots, H-1$$

$$X_{tj} = \begin{cases} 0 & \text{ou } 1 \end{cases} \text{ para } j = 1, 2, \dots, n_t' \\ t = 1, 2, \dots, H-1$$

$$X_{tj} \geq 0 \quad \text{para } j = n_t'+1, n_t'+2, \dots, n_t \\ t = 1, 2, \dots, H-1$$

## 5.2. Utilização do Modelo

Os quadros 2,3,4,5 e 6 do Apêndice 1, descrevem os fluxos de caixa dos projetos disponíveis nos períodos 1,2,

3,4 e 5 respectivamente. As 11 primeiras linhas, referem-se a oportunidades internas de investimentos. A linha 12 é o fluxo de caixa da compra de LTN. As linhas 13,14,15 e 16 descrevem respectivamente a emissão de ações, emissão de debêntures, compra de ações e empréstimo bancário. Os valores positivos significam entrada de capital, e os negativos saída. O horizonte de planejamento é de seis anos.

Os projetos internos são todos aqueles que podem não envolver uma interação com o mercado financeiro, isto é, estão no âmbito da própria firma - por exemplo expansão de uma indústria. Eles tem duração variável, e podem ou não necessitar de investimentos no período de sua escolha. Por exemplo, no projeto quatro do período um, só será realizado um investimento, no período 2. Logo, o projeto quatro, não apresenta saída ou entrada de capital no primeiro período, mas requer um investimento de 400 u. m. (unidades monetárias) no período 2. Além disto, apresenta entradas de capital de 100 u.m. no período três, 150 u.m. no período 4 e 210 u.m., 250 u.m., 300 u.m. e 380 u.m. nos períodos seguintes. Para cada projeto interno, é determinado o valor presente, utilizando-se uma taxa de desconto de 17%, que é a taxa de mínima atratividade da empresa. Estes valores estão representados na coluna VPH, dos quadros 2,3,4,5 e 6 (Apêndice 1).

As LTN aqui consideradas tem um prazo de 365 dias. Elas podem ser, normalmente, adquiridas em lotes de 100 u.m. e oferecem um retorno de 6% a.a. antes do imposto de renda. Podem ser adquiridos no máximo mil lotes por período. Outros investimentos de curto prazo, seriam tratados da mesma maneira que as LTN.

As ações aqui consideradas tem um preço unitário de 1,60 u.m. e são emitidas em lotes de 100.000. O custo de emissão ( $i_{ca}$ ) é de 2%, fazendo com que a entrada efetiva de capital seja de 157.000 u.m. por lote de ação emitido. Supõe-se uma taxa de crescimento de 4% a.a., para os dividendos, após o horizonte de planejamento. Podem ser emitidos, no máximo, mil lotes por período.

Considera-se que a firma pode emitir debêntures com um prazo de vencimento de 15 anos, a uma taxa nominal ( $i_d$ ) de 9% a.a. As debêntures são emitidas em unidades de 100 u.m. e podem ser emitidas no máximo mil unidades por período. Tendo em vista que o custo de emissão é de 3%, ou seja, 3 u.m. por debênture emitida, a entrada efetiva de capital é de 97 u.m.

Podem ser compradas ações no mercado, em lotes de 100 u.m. e só podem ser adquiridos no máximo mil lotes por período. Supõe-se uma taxa de retorno de 17%, e não se considera os dividendos como uma fonte de capital para aplicações internas, durante o período de planejamento. Sendo assim, aplicando-se 100 u.m. em ações, no período  $i$ , se receberá  $100 \cdot (1,17)^{6-i}$  no fim do período 6.

Pode-se captar recursos através de um empréstimo bancário. O empréstimo básico é de 100 u.m. A taxa interna de retorno, após o imposto de renda, é de 17% a.a. e o pagamento é efetuado em cinco prestações iguais. Pode-se tomar emprestado, no máximo, mil vezes o empréstimo básico.

Os quadros 7,8,9,10 e 11 do Apêndice 2 mostram os valores atualizados dos investimentos realizados nos pro-

jetos disponíveis nos períodos 1,2,3,4 e 5 respectivamente. Estes valores se encontram multiplicados por  $0,7121957 \cdot 10^{-2}$ , que é um dos coeficientes da equação de regressão.

Nos quadros 12 e 13 (Apêndice 3) estão as condições iniciais da empresa e os saldos devedores das debêntures.

Os resultados da aplicação estão no quadro 1. Para a resolução do modelo, foi utilizado um programa que resolve problemas de programação mista.

No quadro 1, nas 11 primeiras colunas tem-se projetos que só podem ser aceitos ou rejeitados. Para estes projetos, o número um indica que foi aceito e o número zero, que foi rejeitado. Nas colunas 12 a 16, os projetos podem ter frações realizadas. Por exemplo, o número 710 na linha 1, coluna 14, indica que no período 1, devem ser lançados 710 unidades de debêntures. Exemplificando, os resultados mostram que no período 1, deve ser aceito o projeto 6, devem ser em 710 unidades de debêntures, devem ser adquiridos 1000 lotes de ação e devem ser tomados 314 empréstimos bancários básicos.

P R O J E T O S																
P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
E	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	710	1000	314
R	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	795	1000	475
I	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	39,8	55,8	426
O	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	793	1000	805
D	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	24,0	1000
O	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	24,0	1000
S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	24,0	1000

QUADRO 1 - Resultados da aplicação do modelo.



6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O planejamento conjunto de investimentos e financiamentos é um assunto que envolve um grande número de propostas. Neste trabalho, além de se considerar o objetivo de maximizar o valor da empresa em um horizonte de planejamento, levou-se em conta a necessidade de se manter, em cada período, a estrutura ótima de capital. Apesar do objetivo final do trabalho ter sido a obtenção de um modelo de planejamento, o problema da determinação da estrutura ótima de capital ocupou uma posição de destaque. Por isto, cabem aqui algumas considerações.

São numerosos os trabalhos sobre modelos para estabelecer a estrutura ótima de capital de uma empresa em função do seu endividamento. Entratanto, na maior parte dos modelos, alguns parâmetros são de difícil obtenção, particularmente quando não se tem disponível um bom sistema de informações. No capítulo III foi apresentada uma nova abordagem para a determinação da função custo de falência, que procura tornar mais simples a sua determinação.

Apesar dessa ser uma limitação do modelo, não é a única nem a mais importante. Assumiu-se no trabalho que a relação débito/(débito + ações) que maximiza o valor da empresa é uma constante para todos os períodos. Entretanto, sabe-se que esta razão pode variar de período para período. Isto quer dizer

que não foram consideradas no modelo certas informações resultantes da execução de políticas empresariais. Por exemplo, não se considera aqui, os efeitos da política de dividendos sobre a estrutura ótima de capital.

Finalmente, foram feitas algumas hipóteses sobre o comportamento do administrador e quanto aos objetivos da empresa. Entretanto, um administrador pode ter o seu comportamento modificado por fatores internos e externos e, muitas vezes, pode ter de tomar atitudes contrárias aos objetivos da empresa. Sendo assim, ao se aplicar este ou qualquer outro modelo, deve-se ter sempre em conta, que apesar dele ser uma importante ferramenta, a decisão final cabe ao administrador.

Para que este trabalho possa ter continuidade, sugere-se que sejam realizadas pesquisas no sentido de:

- 1) Tentar introduzir, no modelo, os elementos que influem na estrutura ótima de capital. Isto significa que deve-se estudar como o setor da empresa, seu tamanho, sua localização, etc..., influem na sua estrutura financeira ótima.
- 2) Estudar como os dividendos modificam esta estrutura ou seja, introduzir no modelo, como uma variável decisória, a política de dividendos.
- 3) Estudar mais profundamente a função custo de falência.
- 4) Introduzir uma melhor maneira de determi-

nar os valores presentes dos projetos.

- 5) Dinamizar o modelo. Esta dinamização consiste em estudar como as decisões tomadas em um dado momento, vão modificar os parâmetros da empresa ( $T$ ,  $\lambda$ ,  $E(R_i)$ , etc.) nos próximos períodos.
- 6) Fazer uma análise de sensibilidade. Verificar como uma variação nos vários parâmetros envolvidos no modelo, modificam a estrutura ótima de capital e o valor de mercado da empresa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABRAMOWITZ, M. and STEGUM, I.A. Handbook of Mathematical Functions. USA. Ed. Dover Publications, Inc., 1965.
2. ANSOF, H.I. The State of Practice in Planning Systems. Sloan Management Review. USA 18(2):1-24, Winter 1977.
3. ASHTON, D.J. and ATKINS, D.R. Interactions in Corporate Financing and Investment Decisions - Implications for Capital Budgeting: A Further Comment. The Journal of Finance. USA XXXIII(5), December 1978.
4. AUDIBERT, J.M. et alli. CAPRI: Un Modèle de Calcul de Programmes d'Investiment. Metra. France. 7(2), 1968.
5. BAXTER, N. Leverage, Risk of Ruin and the Cost of Capital. Journal of Finance. USA. 395-403, September 1967.
6. BERNHARD, R.H. Mathematical Programming for Capital Budgeting - a Survey, Generalization and Critique. I of Financial Quant. Anal. USA. 111(4), 1969.
7. BULHÕES, O.G. Considerações Sobre o Financiamento das Empresas. Revista Brasileira de Mercado de Capitais. Rio de Janeiro. 2(6):503-07, setembro 1976.
8. CARLETON, W.T. An Analytical Model for Long-Range Financial Planning. Journal of Finance. USA. 25(261), 1970.
9. CHAMBERS, D. The Joint Problem of Investment and Financing. Operational Research Quarterly. USA. 22(3), 1972.

10. Código Comercial Brasileiro. Ed. Forence. 8<sup>a</sup> Edição. São Paulo, 1977.
11. FERNANDES, M.A.C. Planejamento Estratégico - Uma Abordagem Financeira. Fundação João Pinheiro: Análise e Conjuntura. Belo Horizonte. 6(9):410-15, junho 1979.
12. FLEISCHER, G.A. Teoria da Aplicação do Capital. Ed. Edgar Blücher. São Paulo. 1979.
13. HIRSCHLEIFER, J. Investment, Interest and Capital. New Jersey. Ed. Prentice-Hall, 1970.
14. HONG, H. and RAPPAPORT, A. Debt Capacity, Optimal Capital Structure, and Capital Budgeting Analysis. Financial Management. USA. 7-11, Autumn 1978.
15. HORNE, Ivan. Política e Administração Financeiras. Ed. Livros Técnicos e Científicos. Rio de Janeiro, 1974, V.1.
16. JEAN, W.H. Terminal Value or Present Value in Capital Budgeting Programs. Journal of Financial and Quantitative Analysis. USA. 6(1):649-51. January, 1971.
17. KIM, E.H.A. Mean - Variance Theory of Optimal Capital Structure and Corporate Debt Capacity. Journal of Finance. USA. 45-63. March, 1978.
18. KRAUS, A. and LITZENBERGER, R. A State-Preference Model of Optimal Financial Leverage. Journal of Finance. USA. 911-922. September 1973.
19. KROUSE, C.G. A Model for Aggregate Financial Planning. Management Science. USA. 18(10), B555 - B566. June 1972.

20. LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risk Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. Review of Economics and Statistics. USA. February, 1965.
21. MAIER, S.F. and Weid, J.H.V. Pratical Approach to Short-Run Financial Planning. Financial Management. USA. 10-16, Winter 1978.
22. McCASKILL, D.B. Comment: Corporate Planning that Works. Management Science. USA. 20(4):570-71. December, Part II, 1962.
23. MILLER, M.H. Credit Risk and Credit Rationing: Further Comment. Quarterly Journal of Economics. USA. August. 1962.
24. MODIGLIANI, F.F. and MILLER, M.H. The Cost of Capital, Corporation Finance, and Theory of Investment. American Economic Review. USA. June 1958.
25. MODIGLIANI, F.F. and MILLER, M.H. Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. American Economic Review. USA. June 1963.
26. MOOD, A.M. and GRAYBILL, F.A. Introduction to the Theory of Statistics. McGraw-Hill Book Company, Inc. 2<sup>a</sup> Ed. New York 1963.
27. MOSSIN, I. Equilibrium in a Capital Asset Market. Econometri-  
ca. USA. October 1966.
28. NAYLOR, T. e outros. Técnicas de Simulação em Computadores. Ed. Vozes-EDUSP. São Paulo 1971.
29. NIE, N.H. e outros. SPSS: Statistical Package for the Social Science. McGraw-Hill. New-York 1975.

30. RANDOLPH. R.M. A Administração do Planejamento: Como Tornar Realidade uma Idéia. Ed. McGraw-Hill. Rio de Janeiro 1977.
31. ROBICHEK, A. and MYERS, S. Problems in the Theory of Optimal Capital Structure. Journal of Financial and Quantitative Analysis. USA. 1-35. June 1966.
32. RODRIGUES, J.A. Endividamento e Alavancagem. Revista Brasileira de Mercado de Capitais. Rio de Janeiro. 3(8):263-85. Maio/agosto 1977.
33. SCOTT, J. A Theory of Optimal Capital Structure. The Bell Journal of Economics and Management Science. USA. 33-54. Spring 1976.
34. SHARPE, W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. Journal of Finance. USA. September 1964.
35. SOLOMON, Erza. Teoria da Administração Financeira. Zahar Editores. Rio de Janeiro. 1977.
36. TEICHROEW, D., ROBICHEK, A.A. and MONTALBANO. M. An Analysis of Criteria for Investment and Financing Decisions Under Certainty. Management Science. USA. 12(3):151-179. November 1965.
37. WEINGARTNER, H.M. Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems. Prentice-Hall. New Jersey 1963.
38. \_\_\_\_\_. Capital Budgeting of Interrelated Projects: Survey and Synthesis. Management Science. USA. 12(7):485-516. March 1966.

39. \_\_\_\_\_. Criteria for Programming Investment Project Selection. Journal of Industrial Economics. USA. V15, 65-76. 1966.
40. WESTON, J.F. Finanças de Empresas (campo e Metodologia). Ed. Atlas. São Paulo 1977.
41. WINKLER, R.L., ROODMAN, G.M. And BRITNEY, R.R. The Determination of Partial Moments. Management Science. USA. 19(3). November 1972.



A P Ê N D I C E    I

FLUXOS DE CAIXA DOS PROJETOS

P E R Í O D O S																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	VPH
1	-200	50	100	150	200	250	300											711,11
2	-400	80	83	85	87	88	100	110	120									-47,24
3	-300	80	160	240	320	400												831,37
4		-400	100	150	210	250	300	380										645,65
5	-300	60	65	80	-100	70	80	90	100	103	105	107						-35,55
6	-400	-200	100	200	310	450	510	600	650									1274,93
7	-700	200	300	450	510													533,25
8	-1000	300	500	700	900	1100	1300											3392,86
9	-750	150	300	450	600	750												1185,24
10	-1100	400	510	720	850	1200												2334,79
11	-2000	400	600	850	1000	1300	1700	1950										3836,68
12	-100	106	-2,4															-24,26
13	157	-19	-21	-22	-22													24,00
14	97	-9	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-105,4	-3,6	122,72
15	-100					219,64												0
16	100	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26												0

P R O J E T O S																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	VPH
1	-200	50	100	150	200	250	300											711,11
2	-400	80	83	85	87	88	100	110	120									-47,24
3	-300	80	160	240	320	400												831,37
4		-400	100	150	210	250	300	380										645,65
5	-300	60	65	80	-100	70	80	90	100	103	105	107						-35,55
6	-400	-200	100	200	310	450	510	600	650									1274,93
7	-700	200	300	450	510													533,25
8	-1000	300	500	700	900	1100	1300											3392,86
9	-750	150	300	450	600	750												1185,24
10	-1100	400	510	720	850	1200												2334,79
11	-2000	400	600	850	1000	1300	1700	1950										3836,68
12	-100	106	-2,4															-24,26
13	157	-19	-21	-22	-22													24,00
14	97	-9	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-105,4	-3,6	122,72
15	-100					219,64												0
16	100	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26												0

P R O J E T O S

QUADRO 2 - Fluxos de caixa dos projetos disponíveis no período 1.

P E R Í O D O S																		
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	VPH
1	-400	180	320	200	300													510,78
2		-600	200	300	400	500	600											924,47
3	-500	210	280	350	450	500												1069,54
4		-600	95	100	105	101	107	114	120	130								-249,92
5	-1000	300	350	450	600	900	1200											1858,06
6	-900	300	400	500	600	700	800	900	1000									2800,83
7	-1200	400	300	450	600	500	800	1100	1400									2374,83
8	-700	300	600	900														1043,10
9	-1300	420	500	670	850	1000	1250	1410										3203,18
10	-1800	350	700	1050	1400	1750	2100											3804,10
11	-2000	500	-1000	1000	1400	1800	2300	3000										3345,88
12	-100	106	-2,4															-20,90
13	157	-19	-20	-21	-22													13,82
14	97	-9	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-105,4	-3,6	104,89
15	-100				183,39													0
16	100	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26											0

P R O J E T O S																		

P R O J E T O S

QUADRO 3 - Fluxos de caixa dos projetos disponíveis no período 2.

P E R Í O D O S																		
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	VPH
1	-500	100	200	300	460	510												636,80
2	-700	200	410	520	750													793,38
3	-900	150	300	600	720	840	950											1537,05
4	-650	210	390	560	680	800												1428,33
5	-1200	600	550	500	800	1100	1300	1600										3195,65
6	-2000	500	700	950	1450	1900	2300											4843,56
7	-600	200	300	440	560	700												1156,80
8		-2500	810	1000	1400	1800	2200	2600										3798,06
9	-1800	1000	1800	2000														696,60
10	-3000	800	1210	1410	2000	2500												2651,67
11	-1000	500	700	900	1100	2000												3203,04
12	-100	106	-2,4															-17,72
13	157	-19	-20	-21														13,04
14	97	-9	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-105,4	-3,6	89,65
15	-100																	0
16	100	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26											0

P R O J E T O S																		

P R O J E T O S

QUADRO 4 - Fluxos de caixa dos projetos disponíveis no período 3.

P E R I O D O S																			
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	VPH	
1	-700	300	450	600	750													903,48	
2	-600	200	400	600	700	900												1402,77	
3		-1400	400	700	1000	1300	1600											1756,33	
4	-1500	300	700	1100	1500	1900												2219,90	
5		-3000	800	1100	1400	1800	2100	2800										2774,53	
6	-2000	750	900	1300	1600	1900												2505,94	
7	-2500	400	800	1200	1600	2000	2400	2800										3846,83	
8	-1700	450	600	800	1200	2000												1608,49	
9	-1200	300	470	520	780	910	1100	1300										1658,72	
10	-2200	600	910	1040	1200	1410	1800	2000										3119,08	
11	-900	300	600	900	1200	1500												2301,39	
12	-100	106	-2,4															-15,05	
13	157	-19	-20															24,39	
14	97	-9	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-105,4	-3,6	76,62	
15	-100		136,89															0	
16	100	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26											0	

P R O J E T O S																			
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16																			

QUADRO 5 - Fluxos de caixa dos projetos disponíveis no período 4.

		P E R Í O D O S																		
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21		
P R O J E T O S	1	-1000	350	700	1050	1400													VPH	
	2	-5000	900	1500	2100	2700	3500	4500	4500	5200										1378,45
	3	-1200	500	700	910	1100	1370													5499,37
	4	-2000	800	1200	1600	2000														1776,97
	5	-4000	900	1300	1700	2200	2910	3500												1903,20
	6	-1900	400	1000	1100	1500														3095,91
	7		-2100	600	800	1200														771,82
	8		-3800	1100	1500	1900	2300	2700	3100											-253,52
	9	-1700	480	700	100	1300	1600	1900												3089,64
	10	-4500	1000	2000	1500	3000	3100													1694,77
	11	-3700	700	1400	2100	3210														2067,60
	12	-100	106	-2,4																1107,89
	13	157	-19																	-12,95
	14	97	-9	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-105,4	3,6		12,69
	15	-100	117																	65,49
	16	100	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26	-31,26												0

QUADRO 6 - Fluxos de caixa dos projetos disponíveis no período 5.

A P Ê N D I C E    I I

VALORES ATUALIZADOS DOS INVESTIMENTOS

	PERÍODOS				
	1	2	3	4	5
1	1,424	1,667	1,950	2,281	2,669
2	0,712	0,833	0,975	1,141	1,335
3	2,137	2,500	2,925	3,422	4,004
4	0	2,894	3,333	3,900	4,567
5	3,561	4,166	4,875	7,840	9,173
6	2,849	4,757	5,566	6,512	7,620
7	4,985	5,833	6,824	7,985	9,342
8	7,122	8,333	9,749	11,407	13,346
9	5,341	6,250	7,312	8,555	10,009
10	7,834	9,166	10,724	12,547	14,680
11	14,244	16,665	19,498	22,813	26,691
12	0,712	0,833	0,975	1,141	1,335
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0,712	0,833	0,975	1,141	1,335
16	0	0	0	0	0

QUADRO 7 - Valores atualizados dos investimentos relativos aos projetos disponíveis no período 1, multiplicados por 0,7121957 . 10<sup>-2</sup>.

PERÍODOS				
	2	3	4	5
1	2,849	3,333	3,900	4,563
2	0	4,273	5,000	5,850
3	3,561	4,166	4,875	5,703
4	0	5,698	6,666	7,799
5	7,122	8,333	9,749	11,407
6	6,410	7,499	8,774	10,266
7	8,546	9,999	11,699	13,688
8	4,985	5,833	6,824	7,985
9	9,259	10,832	12,674	14,829
10	12,820	14,999	17,549	20,532
11	14,244	16,665	19,498	22,813
12	0,712	0,833	0,975	1,141
13	0	0	0	0
14	0	0	0	0
15	0,712	0,833	0,975	0,141
16	0	0	0	0

P R O J E C T I O S				
---------------------	--	--	--	--

QUADRO 8 - Valores atualizados dos investimentos relativos aos projetos disponíveis no período 2, multiplicados por 0,7121957 . 10<sup>-2</sup>.



	PERÍODOS		
	3	4	5
1	3,561	4,166	4,875
2	4,985	5,833	6,824
3	6,410	7,499	8,774
4	4,629	5,416	6,337
5	8,546	9,999	11,699
6	14,244	16,665	19,498
7	4,273	5,000	5,850
8	0	17,805	20,832
9	12,820	14,999	17,549
10	21,366	24,998	29,248
11	7,122	8,333	9,749
12	0,712	0,833	0,975
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0,712	0,833	0,975
16	0	0	0

QUADRO 9 - Valores atualiza-  
dos dos investimen-  
tos relativos aos  
projetos disponí-  
veis no período 3,  
multiplicados por  
0,7121957.10<sup>-2</sup>.

	PERÍODOS		
	4	5	
1	4,985	5,833	
2	4,273	5,000	
3	0	9,971	
4	10,683	12,499	
5	0	21,366	
6	14,244	16,665	
7	17,805	20,832	
8	12,107	14,166	
9	0	8,546	
10	15,668	18,332	
11	6,410	7,499	
12	0,712	0,833	
13	0	0	
14	0	0	
15	0,712	0,833	
16	0	0	

QUADRO 10 - Valores atualiza-  
dos dos investimen-  
tos relativos aos  
projetos disponí-  
veis no período 4,  
multiplicados por  
0,7121957.10<sup>-2</sup>.

	PERÍODOS		
	5		
1	7,122		
2	35,610		
3	8,546		
4	14,244		
5	28,488		
6	13,532		
7	0		
8	0		
9	12,107		
10	32,049		
11	26,351		
12	0,712		
13	0		
14	0		
15	0,712		
16	0		

QUADRO 11 - Valores atualiza-  
dos dos investimen-  
tos relativos aos  
projetos disponí-  
veis no período 5,  
multiplicados por  
0,7121957.10<sup>-2</sup>.

A P Ê N D I C E    I I I

CONDIÇÕES INICIAIS DA EMPRESA

	P E R Í O D O S				
	1	2	3	4	5
Dívidas antigas ( $N_o^T$ )	-200	-400	-600	-800	-900
Saldo devedor das dívidas antigas ( $SD_o^T$ )	-3129,49	-3660,12	-3814,33	-3760,77	-3464,10
$1,207111 \cdot 10^{-2} \cdot SD_o^T$	-37,68	-44,18	-46,04	-45,40	-41,82
Dividendos planejados ( $D_o^T$ )	-700	-820	-960	-1090	-1250
Fluxo de caixa relativo a projetos antigos ( $F_o^T$ )	1000	1200	1400	1600	1800
Valores atuais de antigos investimentos ( $I_o^T$ )	7500	8775,00	10266,75	12012,10	14054,15
$0,7121956 \cdot 10^{-2} \cdot I_o^T$	53,414	62,566	73,125	85,545	100,095

QUADRO 12 - Condições iniciais da empresa.

	P E R Í O D O S				
	1	2	3	4	5
Saldo devedor das debêntures ( $SD_t^T$ )	-41,024	-38,999	-40,228	-41,667	-43,350
$1,20711 \cdot 10^{-2} \quad SD_t^T$	-0,495	-0,471	-0,486	-0,503	-0,523

QUADRO 13 - Saldo devedor das debêntures.

## A P Ê N D I C E      I V

DETERMINAÇÃO DAS COVARIÂNCIAS

Este apêndice se baseia no apêndice B do trabalho apresentado por Kim<sup>54</sup>.

Em 1972, Winkler, Roodman e Britnei<sup>55</sup> apresentaram um trabalho onde tratavam da determinação dos momentos parciais de uma variável aleatória. A partir da equação 34 - pg 294 - do artigo de Winkler, pode-se obter o valor esperado parcial de  $\tilde{X}$ , isto é,

$$\int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} = E(\tilde{X})F(\hat{k}_D^D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D^D) \quad (83)$$

- Determinação da  $cov(\tilde{f}, \tilde{R}_m)$

A covariância entre  $\tilde{f}$  e  $\tilde{R}_m$  é dada por:

$$cov(\tilde{f}, \tilde{R}_m) = E(\tilde{f} \cdot \tilde{R}_m) - E(\tilde{f}) \cdot E(\tilde{R}_m) \quad (84)$$

Porém,  $E(\tilde{f} \cdot \tilde{R}_m)$  é desconhecido. Considerando que  $\tilde{f} = h(\tilde{X})$ , de acordo com Mood e Graybill<sup>56</sup> tem-se:

$$E(\tilde{f} \cdot \tilde{R}_m) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tilde{X}) \cdot \tilde{R}_m f(\tilde{R}_m, \tilde{X}) d\tilde{R}_m d\tilde{X} \quad (85)$$

onde  $f(\tilde{R}_m, \tilde{X})$  é a função de distribuição conjunta de  $\tilde{R}_m$  e  $\tilde{X}$ .

<sup>54</sup> KIM, E.H. Op.Cit.

<sup>55</sup> WINKLER, R.L., ROODMAN, G.M. and BRITNEY, R.R. The Determination of Partial Moments. 1972.

<sup>56</sup> MOOD, A.M. and GRAYBILL, F.A. Introduction to the Theory of Statistics pg. 105.

Como:

$$f(\tilde{X}) = \begin{cases} 1 & \text{para } \tilde{X} < \hat{k}_D^D \\ 0 & \text{para } \tilde{X} \geq \hat{k}_D^D \end{cases}$$

tem-se:

$$E(\tilde{f} \cdot \tilde{R}_m) = \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m \cdot f(\tilde{R}_m, X) d\tilde{R}_m d\tilde{X} \quad (86)$$

Sendo  $f(\tilde{R}_m, X) = g(\tilde{R}_m | X) \cdot f(\tilde{X})$  tem-se:

$$\begin{aligned} E(\tilde{f} \cdot \tilde{R}_m) &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{X}) \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | X) d\tilde{R}_m d\tilde{X} = \\ &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | X) d\tilde{R}_m \right] d\tilde{X} \end{aligned} \quad (87)$$

Considerando que  $E(\tilde{f}) = \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) d\tilde{X}$  e levando (87) em (84) tem-se:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | X) d\tilde{R}_m \right] d\tilde{X} - \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) d\tilde{X} E(\tilde{R}_m) = \\ &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | X) d\tilde{R}_m - E(\tilde{R}_m) \right] d\tilde{X} \end{aligned} \quad (88)$$

Dado que  $\tilde{X}$  e  $\tilde{R}_m$  tem uma distribuição normal bivariada, de acordo com o teorema 9.3 apresentado por Mood e Gray-

bill<sup>57</sup>, o valor esperado condicional de  $\tilde{R}_m$  para um dado valor de  $\tilde{X}$ , é dado por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | X) d\tilde{X} = E(\tilde{R}_m) + \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) [\tilde{X} - E(\tilde{X})]}{\sigma_X^2} \quad (89)$$

Logo:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) \left[ E(\tilde{R}_m) + \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)}{\sigma_X^2} [\tilde{X} - E(\tilde{X})] - E(\tilde{R}_m) \right] d\tilde{X} = \\ &= \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)}{\sigma_X^2} \left[ \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} - E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D^D) \right] \end{aligned} \quad (90)$$

Substituindo (83) em (90) obtém-se:

$$\text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) = \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)}{\sigma_X^2} [E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D^D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D^D) - E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D^D)] \quad (91)$$

Finalmente,

$$\text{cov}(\tilde{f}, \tilde{R}_m) = -\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) f(\hat{k}_D^D) \quad (92)$$

- Determinação de  $\text{cov}(\tilde{fX}, \tilde{R}_m)$

Da definição de covariância tem-se:

$$\text{cov}(\tilde{fX}, \tilde{R}_m) = E(\tilde{fX}, \tilde{R}_m) - E(\tilde{fX}) E(\tilde{R}_m) \quad (93)$$

---

<sup>57</sup>MOOD, A.M. and GRAYBILL, F.A. Op.Cit., nota 56, pg.202.



O valor esperado do produto  $\tilde{f} \tilde{X}$  é dado por:

$$E(\tilde{f}\tilde{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}\tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} = \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X}f(\tilde{X}) d\tilde{X} \quad (94)$$

Considerando o produto  $\tilde{f}\tilde{X}$  como uma função de  $\tilde{X}$  tem-se:

$$\begin{aligned} E(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m f(\tilde{R}_m, \tilde{X}) d\tilde{R}_m d\tilde{X} = \\ &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X} \tilde{R}_m f(\tilde{R}_m, \tilde{X}) d\tilde{R}_m d\tilde{X} \end{aligned} \quad (95)$$

Como  $f(\tilde{R}_m, \tilde{X}) = g(\tilde{R}_m | \tilde{X}) f(\tilde{X})$  tem-se:

$$E(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) = \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} f(\tilde{X}) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | \tilde{X}) d\tilde{R}_m \right] d\tilde{X} \quad (96)$$

Levando (96) e (94) em (93) obtém-se:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X}f(\tilde{X}) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | \tilde{X}) d\tilde{R}_m \right] d\tilde{X} - E(\tilde{R}_m) \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X}f(\tilde{X}) d\tilde{X} = \\ &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X}f(\tilde{X}) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}_m g(\tilde{R}_m | \tilde{X}) d\tilde{R}_m - E(\tilde{R}_m) \right] d\tilde{X} \end{aligned} \quad (97)$$

Considerando o teorema para a média condicional (ver Mood e Graybill<sup>58</sup>) tem-se:

<sup>58</sup>MOOD, A.M. and GRAYBILL, F.A. Op.Cit., nota 56, pg.202.

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) &= \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) \left[ \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) \frac{\tilde{X} - E(\tilde{X})}{\sigma_X^2} \right] d\tilde{X} = \\
&= \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)}{\sigma_X^2} \left[ \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X}^2 f(\tilde{X}) d\tilde{X} - E(\tilde{X}) \int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X} f(\tilde{X}) d\tilde{X} \right] \quad (98)
\end{aligned}$$

Do trabalho de Winkler, Roodman e Britney<sup>59</sup>(pg. 294, eq. 3.4), conclui-se que:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\hat{k}_D^D} \tilde{X}^2 f(\tilde{X}) d\tilde{X} &= -\sigma_X^2 \hat{k}_D^D f(\hat{k}_D^D) + \sigma_X^2 F(\hat{k}_D^D) + \\
&+ E(\tilde{X}) [E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D^D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D^D)] \quad (99)
\end{aligned}$$

Logo:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) &= \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)}{\sigma_X^2} \left\{ -\sigma_X^2 \hat{k}_D^D f(\hat{k}_D^D) + \sigma_X^2 F(\hat{k}_D^D) + \right. \\
&+ E(\tilde{X}) [E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D^D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D^D)] - E(\tilde{X}) [E(\tilde{X}) F(\hat{k}_D^D) - \sigma_X^2 f(\hat{k}_D^D)] \left. \right\} = \\
&= \frac{\text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m)}{\sigma_X^2} [-\sigma_X^2 \hat{k}_D^D f(\hat{k}_D^D) + \sigma_X^2 F(\hat{k}_D^D)] \quad (100)
\end{aligned}$$

Finalmente,

$$\text{cov}(\tilde{f}\tilde{X}, \tilde{R}_m) = \text{cov}(\tilde{X}, \tilde{R}_m) [F(\hat{k}_D^D) - \hat{k}_D^D f(\hat{k}_D^D)] \quad (101)$$

<sup>59</sup> WINKLER, R.L., ROODMAN, G.M. and BRITNEY, R.R. Op.Cit, nota 55.